

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE INDUSTRIEL (PRODUCTIQUE)

PAR  
BARTHÉLEMY H. ATEME-NGUEMA, ING. STAG.

DÉVELOPPEMENT D'UN MODULE  
DE PLANIFICATION INTÉGRÉE OPTIMISÉE

AOÛT 2000

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente la conception et la réalisation d'une nouvelle application informatique appelée **Planification Intégrée Assistée par Ordinateur (PIAO)**, qui est un outil de **Gestion de la Production Assistée par Ordinateur (GPAO)** et servira principalement d'outil décisionnel aux cadres supérieurs et intermédiaires de l'industrie manufacturière et/ou des services.

Ce logiciel sert principalement à réaliser la simulation et l'analyse d'un plan intégré d'entreprise en tenant compte des contraintes réelles du secteur d'activité dans lequel œuvre la compagnie cible pour démontrer et justifier, par la suite, sa pertinence et son utilité dans l'environnement compétitif actuel et à venir.

Même si les premiers modèles mathématiques d'optimisation du plan intégré remontent au début des années 1950, il est de nos jours injustifiable, au vu de la popularité et de la croissance des outils informatiques, de ne pas rencontrer une codification quelconque au sein de l'éventail actuel des logiciels de gestion manufacturière de type **MRP-II**, qui par contre, utilisent des calculs algorithmiques sophistiqués et optimisés à des niveaux hiérarchiques inférieurs au plan intégré tels que le module du plan directeur ou encore le module de calcul **MRP** (« **Material Requirement Planning** » pour la planification des besoins en matières).

Face à cette lacune, d'une part, et aux énormes moyens financiers requis pour l'acquisition de ces outils d'aide à la planification, de l'autre, il nous est apparu indispensable de remédier à cette situation en concevant cette application qui, de plus, répondra aux besoins spécifiques des Petites et Moyennes Entreprises (PME) québécoises qui oeuvrent dans un environnement dont la demande est saisonnière.

S'articulant autour d'une base de données relationnelle et utilisant tour à tour le langage de programmation Visual FoxPro et l'utilitaire LINDO, PIAO suggère comme « output » la planification optimale de la production mensuelle (qui représente la période typique du calendrier de planification) selon les critères de résolution choisis par l'utilisateur. Cet extrant servira par la suite comme « input » principal au plan directeur de production ou encore au module MRP.

La pertinence, l'utilité et l'efficacité du logiciel PIAO seront aussi démontrées dans ce mémoire par la présentation de quelques résultats et surtout l'analyse de ces résultats.

## REMERCIEMENTS

Quand vient le temps de penser aux remerciements, mes toutes premières pensées s'adressent à mon directeur de recherche, M. Jocelyn Drolet, sans qui, rien de tout ceci n'aurait pu arriver. Remerciements pour les encouragements, la critique objective, la disponibilité, les conseils, l'honnêteté et la générosité qu'il a toujours montrée à mon égard et aussi pour le fait de m'avoir supporté durant toutes ces années.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous mes collègues du département de génie industriel, de l'école d'ingénierie de l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR), et du laboratoire de recherche en productique, ainsi qu'aux techniciens qui m'ont apporté support et compréhension quand le moment se faisait sentir.

Remerciements, encore au gouvernement gabonais relayé par le personnel du C.E.G.E.P. Saint-Jean-sur-Richelieu pour leur soutien moral, financier et pour leur disponibilité.

Remerciements, enfin, aux membres de ma famille, à mes amis et surtout à ma compagne, Romina, qui a toujours su m'encourager, me remotiver et me faire confiance lorsque le besoin se présentait et qui a toujours cru et continue de croire en moi pour les prochaines échéances que la vie nous réserve.

Ce mémoire, je le dédie à ma mère, Gertrude, dont l'amour que j'éprouve à son égard est sans fin et insurpassable.

À tous, merci du fond du cœur !

## TABLE DES MATIÈRES

	Pages
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>i</b>
<b>REMERCIEMENT .....</b>	<b>iii</b>
<b>TABLES DES MATIÈRES .....</b>	<b>iv</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>ix</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRES</b>	
<b>1 – PLAN INTÉGRÉ ET UTILITAIRES INFORMATIQUE.....</b>	<b>5</b>
1.1 – DÉFINITION ET REMISE EN SITUATION DU PLAN INTÉGRÉ .....	8
1.2 – LE LANGAGE DE PROGRAMMATION : VISUAL FOXPRO .....	14
1.3 – L’UTILITAIRE LINDO .....	16
<b>2 – MODÉLISATION DU PLAN INTÉGRÉ.....</b>	<b>20</b>
2.1 – CARACTÉRISTIQUES ET CONDITIONS D’APPLICATION DE LA PROGRAMMATION INTÉGRÉE.....	20
2.2 – DIFFÉRENTES APPROCHES DE MODÉLISATION D’UN PLAN INTÉGRÉ .....	23
2.2.1 – Énoncé du problème .....	27
2.2.2 – La règle de décision linéaire de HMMS .....	29
2.2.3 – La règle décisionnelle selon DE.....	32
2.2.4 – La méthode des coefficients de gestion .....	36
2.2.5 – La programmation mathématique.....	37
2.2.6 – La commutation de la production.....	43

<b>3 – MODÈLES DE BASES DU PLAN INTÉGRÉ.....</b>	<b>48</b>
3.1 – INTRODUCTION .....	50
3.2 – MODÈLES UTILISANT DES COÛTS LINÉAIRES .....	53
3.2.1 – Modèle utilisant les coûts de production et d’inventaire .....	54
3.2.2 – Modèle utilisant les coûts de changement du taux de production et l’acceptation des unités en pénuries .....	57
3.2.3 – Modèle utilisant le niveau de la main-d’œuvre et le temps supplémentaire...	60
3.3 – MODÈLES DE LISSAGE DE LA PRODUCTION ET DU NIVEAU DE LA MAIN-D’ŒUVRE .....	63
3.3.1 – Modèle utilisant les coûts de changement de la cadence de production .....	65
3.3.2 – Modèle utilisant les coûts de changement du niveaux de la main-d’œuvre ..	67
3.4 – MODÈLES DE PROGRAMMATION LINÉAIRE DIVERSIFIÉS .....	70
<b>4 – MODÈLES UTILISÉS PAR L’APPLICATION PIAO .....</b>	<b>75</b>
4.1 – INTRODUCTION .....	75
4.2 – OBJECTIFS GÉNÉRAUX DE RECHERCHE .....	76
4.3 – MODÈLES MATHÉMATIQUES UTILISÉS PAR L’APPLICATION PIAO.....	77
4.3.1 – Sources de production.....	78
4.3.2 – Stratégies possibles en programmation intégrée .....	82
4.3.3 – Modèles actualisés utilisés par l’application PIAO.....	85
<b>5 – SIMULATION ET ANALYSE D’UN PLAN INTÉGRÉ.....</b>	<b>97</b>
5.1 – MODÈLES CODÉS DANS L’APPLICATION PIAO .....	97
5.2 – VARIABLES DÉCISIONNELLES.....	99
5.2.1 – Modèle utilisant les variations du taux de production.....	99
5.2.2 – Modèle utilisant la variation du niveau de la main-d’œuvre .....	99
5.3 – SAISIE DES DONNÉES PAR L’USAGER .....	101
5.4 – RÉSULTATS OBTENUS.....	105
5.4.1 – Modèles utilisant la variation du taux de production .....	106
5.4.1.1 – Résultats obtenus avec la stratégie Synchrones .....	108
5.4.1.2 – Résultats obtenus avec la stratégie de Nivellement .....	111
5.4.1.3 – Résultats obtenus avec la stratégie de Minimisation du Coût Différentiel Total (Min. CDT) .....	115
5.4.1.4 – Interprétation des résultats.....	119

5.4.2 – Modèle utilisant les variations du niveau de la main-d’œuvre (M/O) .....	136
5.4.2.1 – Résultats obtenus avec la stratégie Synchrones .....	137
5.4.2.2 – Résultats obtenus avec la stratégie de Nivellement .....	140
5.4.2.3 – Résultats obtenus avec la stratégie Min. CDT.....	143
5.4.2.4 – Interprétation des résultats.....	146
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>160</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>163</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>166</b>



## LISTE DES TABLEAUX

	Pages
TABLEAU 1 : HORIZON DE PLANIFICATION.....	14
TABLEAU 2 : CONDITIONS D'APPLICATION DE LA PROGRAMMATION INTÉGRÉE .....	21
TABLEAU 3 : DEMANDE ANNUELLE DE LA FIRME CQFD .....	22
TABLEAU 4 : UE DE CHACUN DES PRODUITS DE LA FIRME CQFD .....	23
TABLEAU 5 : TYPES DE PROBLÈMES .....	26
TABLEAU 6 : PRÉVISION DE LA DEMANDE DE L'EXEMPLE #3 .....	50
TABLEAU 7 : PLAN DE PRODUCTION # 1 .....	51
TABLEAU 8 : PLAN DE PRODUCTION # 2 .....	51
TABLEAU 9 : PRINCIPALES OPTIONS EN PROGRAMMATION INTÉGRÉE.....	79
TABLEAU 10 : DEMANDE PRÉVISIONNELLE.....	104
TABLEAU 11 : INFORMATIONS PERTINENTES À LA RÉALISATION DU PLAN INTÉGRÉ ....	104
TABLEAU 12 : PRODUCTION POUR CHAQUE SOURCE.....	105
TABLEAU 13 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	109
TABLEAU 14 : COÛTS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	110
TABLEAU 15 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	112
TABLEAU 16 : COÛTS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	113
TABLEAU 17 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT .....	116
TABLEAU 18 : COÛTS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT.....	117
TABLEAU 19 : RÉSULTATS D'UNE STRATÉGIE MIXTE (TAUX).....	123
TABLEAU 20 : COÛTS D'UNE STRATÉGIE MIXTE (TAUX) .....	124
TABLEAU 21 : COÛTS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	127
TABLEAU 22 : COÛTS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	129
TABLEAU 23 : COÛTS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT.....	131
TABLEAU 24 : COÛTS D'UNE STRATÉGIE MIXTE (TAUX) .....	134

	Pages
TABLEAU 25 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	138
TABLEAU 26 : COÛTS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	139
TABLEAU 27 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT.....	141
TABLEAU 28 : COÛTS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	142
TABLEAU 29 : RÉSULTATS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT .....	144
TABLEAU 30 : COÛTS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT.....	145
TABLEAU 31 : COÛTS D'UNE STRATÉGIE MIXTE (M/O) .....	148
TABLEAU 32 : COÛTS DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE.....	151
TABLEAU 33 : COÛTS DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	153
TABLEAU 34 : COÛTS DE LA STRATÉGIE MIN. CDT.....	155
TABLEAU 35 : COÛTS D'UNE STRATÉGIE MIXTE (M/O) .....	158

## LISTE DES FIGURES

	Pages
FIGURE 1 : LA GESTION DES OPÉRATIONS ET DE LA PRODUCTION .....	6
FIGURE 2 : ÉTAPES DE BASE D'UN LOGICIEL DE PLANIFICATION DE TYPE MRP-2 .....	9
FIGURE 3 : TRAITEMENTS SÉQUENTIEL ET ALTERNATIF .....	25
FIGURE 4 : DEMANDE ET PRODUCTION CUMULÉES .....	27
FIGURE 5 : RÉACTION À LA DEMANDE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE À UNE ÉTAPE .....	35
FIGURE 6 : SOLUTION AU PROBLÈME DE LISSAGE DE LA PRODUCTION .....	44
FIGURE 7 : CAS DE NIVEAUX DE PRODUCTION, COMMANDE DE NIVEAU SIMPLE .....	45
FIGURE 8 : CAS DE NIVEAUX DE PRODUCTION, COMMANDE À DEUX (2) NIVEAUX .....	46
FIGURE 9 : DEMANDE ET PLANS DE PRODUCTION CUMMULATIFS .....	52
FIGURE 10 : DEMANDE PRÉVISIONNELLE DE L'APPLICATION NUMÉRIQUE .....	106
FIGURE 11 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE .....	111
FIGURE 12 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	114
FIGURE 13 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE MIN. CDT .....	118
FIGURE 14 : GRAPHIQUE CUMULÉ DE LA STRATÉGIE MIXTE (TAUX) .....	125
FIGURE 15 : DEMANDE ET PRODUCTION CUMULÉES DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE .....	128
FIGURE 16 : DEMANDE ET PRODUCTION CUMULÉES DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	130
FIGURE 17 : DEMANDE ET PRODUCTION CUMULÉES DE LA STRATÉGIE MIN. CDT .....	132
FIGURE 18 : GRAPHE CUMULÉ D'UNE STRATÉGIE MIXTE (TAUX) .....	135
FIGURE 19 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE SYNCHRONE .....	140
FIGURE 20 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE DE NIVELLEMENT .....	143
FIGURE 21 : PRODUCTION ET DEMANDE CUMULÉES DE LA STRATÉGIE MIN. CDT .....	146

	Pages
FIGURE 22 : graphique cumulé d'une stratégie mixte (M/O) .....	149
FIGURE 23 : demande et production cumulées de la stratégie synchrone.....	152
FIGURE 24 : demande et production cumulées de la stratégie de nivellement.....	154
FIGURE 25 : demande et production cumulées de la stratégie min. cdt.....	156
FIGURE 25 : graphe cumulé d'une autre stratégie mixte (M/O).....	159

## INTRODUCTION

La planification intégrée est un concept développé depuis le milieu des années cinquante (1950) et vise essentiellement à déterminer les meilleurs moyens de production et/ou de gestion pour satisfaire la demande mensuelle compte tenu du plan global, des politiques de l'entreprise et des prévisions.

Ce problème, qui s'inscrit dans l'optique d'une planification efficace et efficiente, a retenu une attention particulière de la part des milieux scientifiques et industriels du milieu du siècle, comme en témoigne le nombre important de publications s'y rapportant.

À l'aube du troisième (3<sup>e</sup>) millénaire, l'introduction des termes comme mondialisation, compétitivité, intégration, innovation et transfert technologique, constitue le leitmotiv qui guidera les axes de recherche du prochain siècle. Dans une telle perspective, et évoluant dans un environnement turbulent, le recours et la recherche perpétuelle d'amélioration, obligent les entreprises à une quête sans fin d'originalité, de nouveaux concepts, de nouvelles méthodes de travail et de nouvelles technologies.

Aussi, l'apparition de nouvelles philosophies manufacturières telle que le Juste À Temps (JÀT), l'émergence des technologies de conception, de fabrication et de gestion comme le Dessin Assisté par Ordinateur (DAO), les systèmes manufacturiers flexibles (FMS), la Gestion Manufacturière Assistée par Ordinateur (GMAO), etc. pour ne citer que ceux là. Ces philosophies jumelées à la croissance, à la rapidité d'exécution, à la diminution des prix et à la puissance des outils informatiques actuels et enfin, conjuguées aux vœux d'une meilleure planification observée dans les Petites et Moyennes Entreprises (PME) québécoises, nous ont amenés à concevoir et à élaborer ce support informatique, dit de la Gestion de la Production Assistée par Ordinateur (GPAO), qui servira principalement d'outil de décision aux cadres supérieurs et intermédiaires de l'industrie manufacturière,

et/ou des services.

Même si le concept de planification intégrée est apparu au milieu des années 1950, avec l'émergence des pionniers comme Holt, Modigliani, Muth et Simon (1960), il n'en demeure pas moins que cette étape, dans le processus de gestion manufacturière ne s'appuie généralement pas sur l'usage de modèles mathématiques sophistiqués alors que les étapes suivantes utilisent de temps à autre des traitements algorithmiques puissants et tendent parfois vers une forme d'optimisation. C'est le cas notamment de plusieurs logiciels d'ordonnancement de la production.

Modélisée à partir d'un système de gestion de base de données relationnelles (S.G.B.D.R.) et codée avec le langage de programmation *Microsoft Visual FoxPro* sous l'environnement *Windows*, l'application informatique que nous avons développée et que nous présentons dans ce mémoire combine différentes équations et/ou modèles mathématiques sophistiqués pour tenter d'optimiser la planification intégrée d'entreprises.

L'originalité d'un tel outil réside dans l'introduction d'une séquence de calcul à un niveau hiérarchique supérieur appelé Plan Intégré et dont l'extrait servira principalement à développer un plan stratégique dont l'objectif est de déterminer une stratégie de production à coût minimum devant satisfaire la demande. Cette stratégie sera ensuite utilisée au niveau suivant, le plan directeur de production. Rappelons que le module MRP (« Matériel Requirement Planning » qui désigne la planification des besoins en matières) utilise ensuite les données du plan directeur pour fournir un intrant au module d'ordonnancement.

Rappelons que l'optimisation consiste à déterminer la meilleure solution possible à un problème qui inclut un ou plusieurs objectifs et une ou plusieurs contraintes.

L'étude détaillée du problème, le développement d'un modèle mathématique traduisant l'objectif et les contraintes à l'aide d'équations reliant les différentes variables de décision, la génération d'alternatives réalisables à l'aide des techniques d'optimisation, la validation des résultats et l'analyse de sensibilité du modèle par rapport aux variations des paramètres, constituent les cinq (5) étapes du traitement d'un problème d'optimisation.

L'étape de modélisation est une étape charnière dans tous processus d'optimisation. Un modèle est tout simplement une réplique ou une abstraction des caractéristiques essentielles d'un processus. Il traduit à la fois les relations entre les causes et les effets et entre les objectifs et les contraintes.

Il existe différents types de modèles d'optimisation et le choix d'un modèle dépend de la nature du problème à résoudre. Ces modèles peuvent être physiques (réplique à une échelle réduite du système à analyser), schématiques (utilisation des représentations graphiques, des réseaux, etc.) et aussi mathématiques ou symboliques (modélisation d'un système physique réel en équations solubles permettant ainsi de faire abstraction des variables non significatives).

Le travail présenté dans ce mémoire de maîtrise se subdivise principalement en cinq (5) chapitres. Dans le premier chapitre, nous éclairons le lecteur sur la définition et la nature du plan intégré, puis nous revoyons le problème de façon systémique avant d'aborder les hypothèses de recherches choisies qui nous permettrons de modéliser le problème dans son ensemble. Nous y présentons brièvement le langage de programmation Visual FoxPro et l'utilitaire LINDO, outil de résolution des modèles mathématiques.

Dans le chapitre suivant, les problèmes de planification de la production sont brièvement passés en revue et une ébauche de résolution y est également présentée.

La description détaillée ainsi que les conditions d'utilisation des modèles de bases que nous avons empruntés à la littérature courante sont présentées au chapitre trois (3) pour donner un avant goût des modèles revus et augmentés que nous avons incorporés dans l'application PIAO (**P**lanification **I**ntégrée **A**ssistée par **O**rdinateur) qui eux, sont présentés au chapitre quatre.

Le dernier chapitre de ce mémoire est consacré exclusivement à la simulation du plan intégré d'une entreprise fictive pour permettre à l'utilisateur de mieux appréhender les aspects de l'application que nous avons développée. Dans ce chapitre, nous faisons

également l'analyse et l'interprétation des résultats de la simulation pour justifier la pertinence et l'utilité d'un tel outil de support à la prise de décision stratégique.

Pour conclure, le mémoire comporte une brève discussion qui permet de juger de son apport scientifique et une ouverture sur les développements futurs qui permettront à d'autres de poursuivre la recherche dans cette direction.



## 1 – PLAN INTÉGRÉ ET UTILITAIRES INFORMATIQUES

Pour bien saisir le cadre conceptuel de la planification intégrée, rappelons que cette notion fait partie des sous-systèmes de pilotage de la gestion des opérations et de la production ( Nollet, Kélada, Diorio, 1986).

Toujours selon les mêmes auteurs (Nollet et al., 1986), la **G**estion des **O**érations et de la **P**roduction (GOP) se définit comme :

Un ensemble d'activités de planification, d'organisation, de direction et de contrôle auxquelles on ajoute parfois des activités d'assurance, concernant les opérations de production. Les activités d'assurance sont des activités de « vérification générale » visant à s'assurer que les quatre (4) autres activités de gestion ont été correctement entreprises. Les activités de gestion visent à contribuer à la réalisation des buts ou objectifs stratégiques de l'entreprise, indiqués plus haut, par l'utilisation optimale des ressources tangibles et intangibles qui sont à sa disposition. Ce faisant, les responsables de ces activités prennent en considération les diverses contraintes internes et externes à respecter.

Cette définition est clairement reprise dans le schéma de la figure 1. Sur cette figure, le lecteur remarquera que les objectifs opérationnels de la GOP sont la réalisation de produits aux niveaux de la qualité exigés (Q), en quantités désirées (ou volume V), en respectant les délais temporels de fabrication et de livraison (T), livrés au lieu voulu (L) et le tout au moindre coût (C) pour l'entreprise.

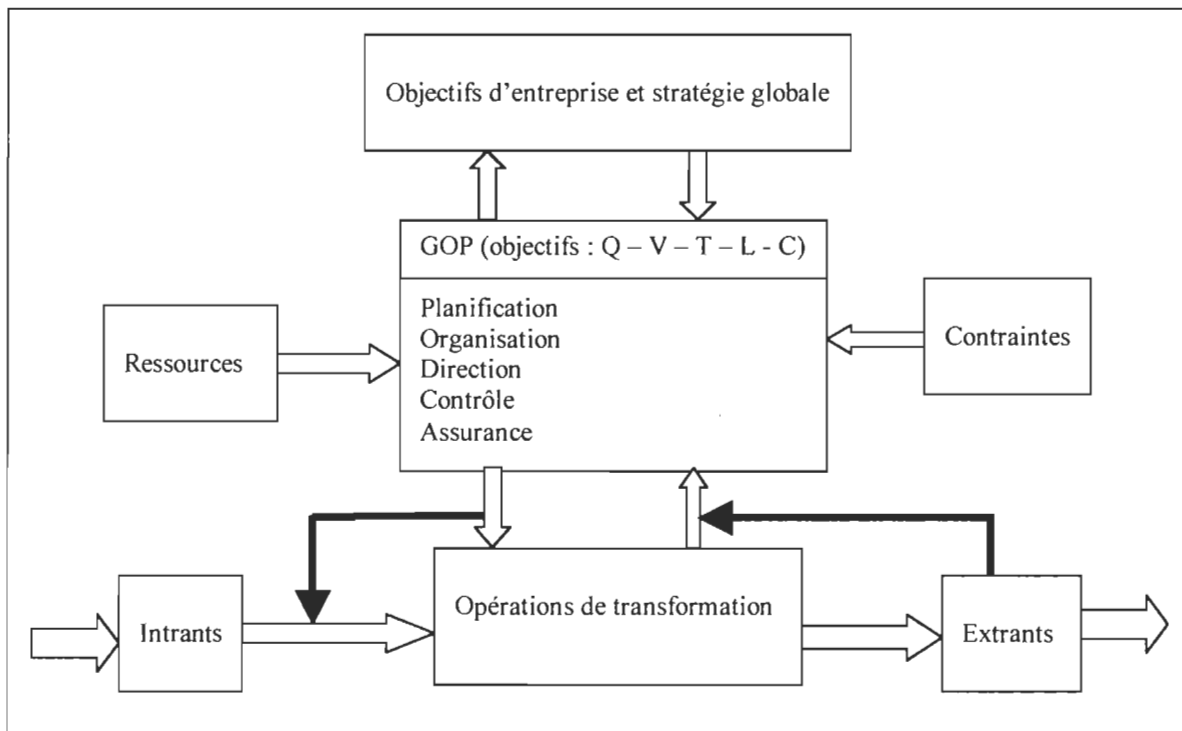


Figure 1 : La gestion des opérations et de la production

La planification des opérations et de la production vise à répartir les ressources en fonction des objectifs stratégiques de l'entreprise, des contraintes existantes et de la demande prévue. En raison de ces contraintes, une coordination interfonctionnelle constante et efficace est essentielle à la bonne marche de toute l'entreprise. L'importance de la planification, aussi bien à long, moyen et court terme est, depuis longtemps déjà, reconnue dans le domaine de la gestion des entreprises et il ne faut pas se surprendre de la place essentielle qu'elle occupe au sein de la GOP qui administre 70 à 80% des ressources humaines, matérielles et technologiques.

La planification des opérations et de la production à moyen et court termes vise tout particulièrement l'atteinte des objectifs de volume, de temps et de coûts ; à long terme s'ajoute l'objectif de lieu par le biais du choix de la localisation. La planification est établie

à des niveaux hiérarchiques différents et pour des horizons plus ou moins éloignés, selon les caractéristiques des décisions envisagées.

La GOP a pour objet la recherche d'une organisation efficace de la production de biens et de services. Elle s'appuie sur un ensemble d'outils d'analyse et de résolution des problèmes qui visent à limiter les ressources nécessaires à l'obtention d'une production dont les caractéristiques sont préalablement connues. Son enjeu principal consiste à améliorer la productivité globale de l'entreprise. La productivité se subdivise en quatre (4) catégories (Nollet et al., 1986) :

1. *La productivité indirecte* regroupe la diminution des stocks de production, la diminution des en-cours de fabrication, la minimisation du coût global des achats et l'amélioration de la productivité administrative des structures de production,
2. *La productivité directe* représente le taux d'utilisation de la main-d'œuvre et du matériel et répond aux doubles objectifs d'éliminer les manquements et les temps d'attente d'une part, et réduire les dépassements du temps de travail de l'autre,
3. *La productivité hors production* est composée de la diminution des stocks de produits finis, de la réduction des coûts de distribution, de l'amélioration de la trésorerie ou de la diminution des frais financiers grâce à une avance de facturation. L'avance de facturation est due à la réduction des délais de fabrication, à la diminution des ruptures de stocks et au respect des délais,
4. *La productivité non chiffrable* permet à l'entreprise d'améliorer son image (par le respect des délais de livraison/fabrication), sa gestion prévisionnelle et le climat de travail qui y règne. Elle permet, aussi, l'obtention rapide des données fiables (comme les devis, la situation des stocks, etc.), la connaissance et la maîtrise des coûts de production, etc.

Ce chapitre se poursuit par une définition complète de la planification intégrée, ses aspects pour s'achever par la présentation de l'utilitaire LINDO que nous serons amenés à

utiliser dans le cadre de nos recherches sans oublier de dire quelques mots sur le langage de programmation Visual FoxPro.

### **1.1 – Définition et remise en situation du plan intégré**

Le plan intégré est défini comme (Nollet et al., 1986) :

La programmation intégrée qui vise à déterminer les meilleurs moyens de satisfaire à la demande mensuelle, compte tenu du plan global, des politiques de l'entreprise et des prévisions. L'unité de mesure utilisée est appelée « *Unité Équivalente* » (UE) qui est une représentation abstraite des produits ou services réels offerts par l'entreprise, plutôt que de produits ou services spécifiques réellement fabriqués dans l'unité industrielle considérée.

Cependant, pour bien comprendre l'essence du plan intégré, il serait nécessaire de le voir de façon systémique afin de mieux comprendre son importance et son utilité. Rappelons que la planification des opérations se décompose en plusieurs étapes dérivées de la planification globale de toute la firme (Nollet et al, 1986). La figure 2 de la page suivante présente les étapes dans lesquelles le plan intégré prend toute sa signification.

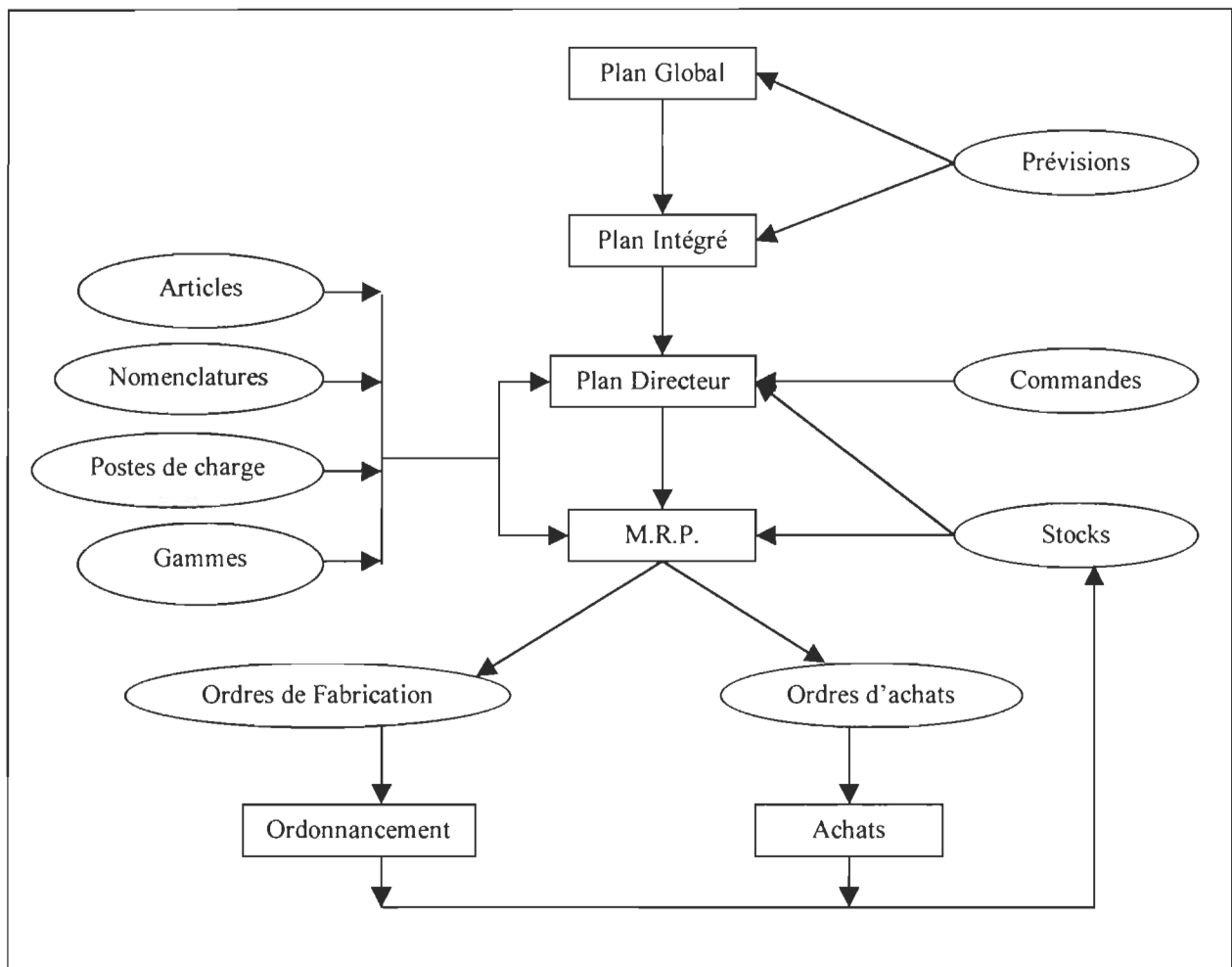


Figure 2 : Etapes de base<sup>1</sup> d'un logiciel de planification de type MRP-2

La méthode MRP-2 dont l'acronyme signifie « **M**anufacturing **R**esource **P**lanning » en anglais et « **M**anagement des **R**essources de **P**roduction » en français est un outil de simulation pour la programmation et la planification de la production à moyen et long terme, utilisant des règles assurant un bouclage sur les capacités. C'est une amélioration de la méthode de gestion de la production et de l'approvisionnement MRP (« **M**aterial **R**equirement **P**lanning » ou Planification des Besoins en Matières ou

<sup>1</sup> Voir (Drolet et al., 1995) dans les références.

composants) qui ne prenait pas en compte les capacités de production interne de l'entreprise.

Les logiciels MRP-2 sont minimalement composés de cinq (5) modules principaux interdépendants. La planification part d'un point de vue stratégique à long terme vers l'opérationnel à très court terme en passant par le tactique. Ces modules, tel qu'illustré à la figure 2 sont le plan global, le plan intégré, le plan directeur de production (PDP), le module MRP et le module d'ordonnancement.

Suite à la représentation schématique de la figure 2 et reprenant l'approche employée par Ateme et Drolet (1999), le processus de planification de la production selon les logiciels de type MRP-2 se décrit de la manière suivante :

1. Le plan global est un plan stratégique à long terme sur un horizon de deux (2), trois (3) et allant parfois même jusqu'à vingt cinq (25) ans. C'est un plan déterminé par le conseil d'administration, les cadres supérieurs ou les gestionnaires de l'entreprise, et dont les décisions concernent l'entreprise, ses investissements, les grandes lignes de l'évolution de sa stratégie de production, ses choix technologiques, sa localisation ou ses options de Recherche et Développement (R&D).
2. Le plan intégré dont les intrants principaux sont le plan global et la demande prévisionnelle, est un plan à moyen et parfois même à court terme (normalement de six (6) à dix huit (18) mois). Son principal objectif est d'établir les différentes combinaisons d'utilisation des ressources internes (stocks, main-d'œuvre, temps supplémentaire, etc.) et externes (sous-traitance) afin de répondre adéquatement, et à moindre coût, à la demande partielle ou totale en terme d'UE ou d'un produit générique<sup>2</sup>. Aux variations saisonnières et cycliques de la demande et aux actions des concurrents, les gestionnaires répliquent par différents moyens d'action, dont certains ont un impact sur le plan intégré. C'est pourquoi, ce plan doit respecter les contraintes établies par le plan global. En terme plus simple, le plan intégré doit fournir le niveau

---

<sup>2</sup> Représentatif de l'ensemble des produits.

de la main-d'œuvre (en terme de force de travail) ainsi que le niveau de la production pour chacune des périodes de l'horizon de planification. Cependant, il est également possible de prendre un certain nombre de décisions de nature stratégique telle que la possibilité d'introduire un produit « contre-cyclique » (l'exemple de Bombardier Sea-Doo/Ski-Doo), de mettre l'accent sur la publicité afin d'influencer la demande, etc. Comme indiqué un peu plus haut, la période de planification est le *mois* et l'unité de mesure utilisée est l'UE. Cette UE facilite la comparaison entre les variations de la demande et les capacités correspondantes périodiques permettant, ainsi, de vérifier si la capacité est suffisante par rapport à la demande. Finalement, le plan intégré traduit en terme opérationnel la politique commerciale de l'entreprise.

Pour une meilleure conception du plan global ou intégré, l'apport de la demande prévisionnelle est considérable et incontestable. La demande prévisionnelle dont dispose les gestionnaires représente une anticipation des besoins futurs en produits finis de la part des consommateurs. Aussi, avant de parler des autres modules composants l'ossature minimale d'un logiciel de gestion manufacturière de type MRP-2, il nous faut préciser ici quelques termes du jargon habituel employé dans ce secteur d'activité.

1. Les articles renvoient aux détails de chacun des produits spécifiques fabriqués dans l'unité industrielle.
2. La nomenclature est une codification exhaustive et non ambiguë de tous les composants d'un produit fini. Elle se représente à l'aide d'un fichier ou d'un rapport de nomenclature sous forme arborescent.
3. Les postes de charge sont composés par une machine ou un groupe de machines présents dans l'entreprise et susceptibles d'être utilisés.
4. Les gammes décrivent la séquence des opérations de fabrication, d'assemblage, d'inspection et parfois même de transport nécessaire à la fabrication ou à l'assemblage d'un composant ou d'un produit fini. Elles

définissent avec précision les temps opératoires, les centres de production requis, les outils, le nombre et la qualification des ouvriers qui devraient effectuer le travail, de même que les taux de rejets réels et estimés.

5. Les stocks décrivent les niveaux d'inventaire présents dans l'entreprise. Ces fichiers indiquent les quantités en commande, les quantités en main, en souffrance, etc.
6. Les commandes fermes viennent modifier la demande prévisionnelle en ce sens qu'elles représentent une demande fixe de la part d'un consommateur et éliminent du même fait la demande fictive dont il aurait fallu tenir compte dans l'établissement de la stratégie de production.

3. Le PDP constitue le premier niveau de désagrégation dans le processus de planification de la production et des stocks. Son objectif est de déterminer le nombre d'unités réelles par modèle à produire, fabriquer ou assembler pour chaque période de l'horizon de planification couvert. Ce calcul est effectué via un simple éclatement du plan intégré et où les commandes fermes viennent préciser le plan directeur de production. Notons cependant que certains ajustements peuvent être nécessaires dans les premières semaines de l'horizon considéré avant de passer à la détermination des besoins (MRP). Le cadre général de la planification ayant été fixé par le plan intégré, le PDP est habituellement mis en place par les directions commerciale et technique et, dans bon nombre de cas, sa périodicité est hebdomadaire, rarement mensuelle. Le PDP se distingue donc du plan intégré par le niveau de désagrégation des informations utilisées, la longueur de l'horizon de planification considérée et par sa périodicité. En définitive, le PDP permet de chiffrer les demandes de produits finis qui constituent une information à la base de la production des composants en amont. Il permet également de transformer des prévisions commerciales en un programme de production tenant compte de l'état des stocks et des capacités réelles de production de l'entreprise. Une fois que ce plan est établi, les gestionnaires de la production disposent à la fois des quantités à fabriquer ou à assembler et des dates auxquelles ces



quantités devraient être disponibles. C'est seulement à ce stade, lorsque toutes les informations sont obtenues, que le MRP entre en jeu.

4. Le module **MRP** représente la planification hebdomadaire (parfois quotidienne) des besoins en matières, en équipements, en ressources et en composants. Il utilise la nomenclature, les gammes, les postes de charge, les articles et les stocks pour parfaire sa tâche. La méthodologie employée dans les calculs du module MRP consiste tout simplement à faire l'explosion des produits du PDP pour déterminer des dates et des quantités présentées sous forme de suggestions d'ordres de fabrication (OF) et d'ordres d'achat (OA) en prenant soin de décaler les délais respectifs prévus pour chaque opération de livraison, de fabrication et d'assemblage. Ces extrants sont utiles, entre autre, pour la détermination du calendrier de production qui est effectuée par le module d'ordonnancement.
5. L'ordonnancement est la dernière étape du processus de planification de la production. Le module d'ordonnancement effectue la programmation coordonnée d'une ou plusieurs ressources pour réaliser un ensemble d'opérations (exécution des commandes en atelier) dans un laps de temps donné. Son rôle est ainsi d'optimiser la fabrication des produits en réduisant le temps d'inoccupation ou d'inutilisation des machines (équipements ou ressources) tout en respectant les dates promises.

Cette énumération se résume dans le tableau 1 pour une vision simplifiée du processus de gestion ou de planification utilisée dans les logiciels MRP-2.

Tableau 1 : Horizon de planification<sup>3</sup>

	<b>COURT TERME</b>	<b>MOYEN TERME</b>	<b>LONG TERME</b>
Période	0 à 3 mois	3 à 12 mois	Plus de 12 mois
Niveau hiérarchique	Agent de maîtrise (contremaître)	Cadres intermédiaires	Cadres supérieurs, Comité stratégique, Conseil d'administration
Types de décision	Opérationnelle	Tactique	Stratégique
Exactitude de la prévision	Quasi-certitude de réalisation	Passablement exacte	Difficile à déterminer
Flexibilité du plan	Aucune	Assez flexible	Très flexible
Exemples de décision	Jalonnement des commandes, Mesures correctives au programme de fabrication	Variation de l'effectif ouvrier, Variation du nombre de sous-traitants	Choix de technologie, Choix de localisation, Stratégie de R&D, Etc.

## 1.2 – Le langage de programmation : Visual FoxPro

Le langage de programmation Microsoft Visual FoxPro (MICROSOFT, 1995, 1996, 1998) est un langage de 3e génération qui avait été initialement développé par Fox Software. Fox Software n'est certes pas un nouveau venu dans le monde de la micro-informatique. Depuis l'apparition de dBASE III, dBASE III+ et de dBASE IV, il proposait déjà FoxBase et FoxBase+ comme alternative aux produits vedettes de feu Ashton-Tate.

Il s'était déjà fait remarquer par sa technologie (pseudo-compileur), sa vitesse d'exécution et ses versions disponibles sur de multiples plates-formes (DOS, WINDOWS, MACINTOSH).

Les versions 1 et 2 de FoxPro ont apporté des innovations significatives : 32 bits, optimisation des requêtes, vrai compilateur, API C, etc. Fox Software a été racheté en 1992 par Microsoft et trois (3) nouvelles versions de FoxPro virent le jour, les versions MSFoxPro 2.5, 2.6 et 2.5 respectivement pour DOS, WINDOWS et MACINTOSH, de même qu'une version capable d'œuvrer sous environnement UNIX. L'application (PIAO)

<sup>3</sup> Voir (Drolet et al., 1995) dans les références en fin de mémoire.

que nous avons développé est codé avec la version 5.0 de MS Visual FoxPro quoique la version 6.0 ait vu le jour à l'été 1998.

Les avantages dont bénéficient les utilisateurs de Microsoft Visual FoxPro sont considérables mais nous ne présenterons que les quatre (4) avantages majeurs dont :

1. La performance : Visual FoxPro possède une solide réputation de vitesse. Des opérations traditionnellement 'lentes' pour un Système de Gestion de Base de Données Relationnelles (SGBDR) classique, se font en une fraction de seconde. De plus, la technologie spécifique 'Rushmore', permet de travailler simultanément sur plusieurs registres. Enfin, il est maintenant possible d'envisager la manipulation des bases de données de grandes tailles, ce qui n'était pas le cas il y a peu de temps sur des micro-ordinateurs.
2. La double nature : SGBDR interactif et langage de programmation orienté objet : Il est possible, en effet, d'utiliser Visual FoxPro comme un gestionnaire de base de données interactif et d'effectuer toutes les opérations de base sur les fichiers sans la moindre programmation (c'est-à-dire sans faire une seule requête SQL). Il contient aussi un langage de programmation orienté objet capable d'accepter des routines de programmation codées avec des langages dits de base (comme le langage 'C', 'C++', etc.). Cette double nature permet une approche très progressive et fait de Visual FoxPro un outil intéressant, aussi bien pour un débutant que pour un utilisateur chevronné.
3. Le fonctionnement ouvert : Visual FoxPro ne se limite pas à un seul système d'exploitation, fonctionnant déjà sous environnement DOS, il est également fait pour être utilisable sous les environnements WINDOWS, MACINTOSH et UNIX. De cette façon, il permet de développer un seul programme que l'on pourra à sa guise compléter et exécuter sous d'autres environnements. Aussi, et comme mentionné précédemment, il est possible d'y inclure des programmes écrits en langage «C» ou même en *Assembleur*.

4. L'interface conviviale : Visual FoxPro donne pleinement accès à l'interface usager présente sur le système d'exploitation utilisé. Cette interface n'est pas seulement réservée à Visual FoxPro, mais il est possible et souhaitable même, d'en faire bénéficier nos applications personnelles.

Finalement, ce langage de programmation permet à un programmeur de travailler sur un système d'information aussi bien en utilisant les requêtes SQL qu'en jouant sur l'algorithme de ses fichiers dans un environnement graphique.

### 1.3 – L'utilitaire LINDO

Le logiciel PIAO, développé dans le cadre de ce mémoire de maîtrise, optimise la planification intégrée via l'usage de modèles d'optimisation qui sont solutionnés avec l'utilitaire LINDO (Schrage, 1991).

LINDO dont la terminologie anglophone signifie **Linear INteractive Discrete Optimizer (LINDO)** est un utilitaire mis en place par Linus SCHRAGE (1991). Cet utilitaire utilise la programmation interactive, linéaire, quadratique et entière et est destiné à un grand nombre d'utilisateurs. Il résout des modèles du type :

```
MAX ou MIN
    Z = fonction à étudier
SUBJECT TO
    Contraintes
END
```

C'est une représentation mathématique du problème à solutionner. Il faut préciser qu'au cœur de la recherche opérationnelle, les modèles mathématiques fournissent un cadre concis d'analyse des problèmes de décision. Cependant, deux (2) éléments de base sont essentiels à la construction d'un modèle :

1. L'objectif du système et
2. Les contraintes imposées au système.

L'objectif et les contraintes doivent être exprimés en fonction des variables contrôlables du système. Ces modèles supposent que toutes les variables, paramètres, contraintes et objectif sont quantifiables. De ce fait, une variable qui a un effet significatif sur l'objectif doit être prise en considération dans le modèle.

Dans la modélisation ci-dessus,  $Z = \text{fonction à étudier}$ , représente la valeur de la fonction objectif alors que la spécification **Min** ou **Max** spécifie cet objectif.

Illustrons (Ateme et al., 1999) l'exemple d'un modèle de programmation linéaire résolu à l'aide de LINDO.

#### Exemple no. 1

*La compagnie « Enginola television inc. » fabrique deux (2) types de T.V., les modèles 'ASTRO' (A) et 'COSMO' (C). Elle dispose d'une ligne de production pour chacun des modèles. La capacité de production du modèle 'A' est de 60 items par jour alors qu'elle est de 50 items par jour pour le modèle 'C'. De plus, le modèle 'A' requiert une (1) heure-homme (HH) de travail alors que le modèle 'C' en utilise deux (2) HH. Présentement, la compagnie dispose de 120 HH assignable à la production quotidienne qui peuvent être répartis sur l'un ou l'autre des modèles. En supposant que le marché peut absorber toute la production, la contribution au profit de chaque modèle est de 20\$/item et 30\$/item, respectivement pour les modèles 'A' et 'C'. Il nous faut trouver la production quotidienne pour chaque modèle ?*

Étape 1 : elle consiste à modéliser le problème comme un problème de programmation linéaire.

1. Capacité du modèle 'A' :  $A \leq 60$  (1) car l'énoncé du problème limite la production du modèle 'A',
2. Capacité du modèle 'C' :  $C \leq 50$  (2) pour les mêmes raisons que l'équation (1),
3. Il faut limiter le nombre d'HH assignable pour la fabrication des modèles 'A' et 'C' :  $A + 2C \leq 120$  (3), car le maximum d'HH assignable est donné et est de 120 HH/jour,

4. Il nous faut maintenant déterminer la contribution au profit de chaque modèle :  
 $20 A + 30 C$  (4) car dans cette équation le modèle 'A' contribue pour 20\$/item  
 vendu alors que le modèle 'C' contribue pour 30\$/item vendu. La fonction objectif  
 vise à maximiser la contribution aux profits.

Le problème s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 20 A + 30 C && \text{(contribution au profit des modèles)} \\ \text{SUBJECT TO} &&& \text{(contraintes qui assurent la convergence et la} \\ &&& \text{faisabilité du modèle)} \\ A &\leq 60 && \text{(capacité du modèle 'A')} \\ C &\leq 50 && \text{(capacité du modèle 'C')} \\ A + 2 C &\leq 120 && \text{(limitation des HH assignables)} \\ \text{END} \end{aligned}$$

C'est la modélisation du problème qui constitue le fichier d'entrée de LINDO.

Étape 2 : dans cette étape, nous montrons la forme de la solution générée par LINDO comme fichier de sortie de la résolution du modèle de programmation linéaire.

#### OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2100.000

VARIABLE	VALUE	REDUCE COST
A	60.000	0.000000
C	30.000	0.000000
ROW	SLACK	DUAL PRICES
2)	0.000	5.000000
3)	20.00	0.000000
4)	0.000	15.00000

No. ITERATIONS = 3

*Étape 3 : dans cette étape, nous interprétons les résultats de LINDO par une simple analyse des résultats fournis comme fichier de sortie de la résolution.*

*1. Le profit maximal optimal généré trouvé par LINDO est de : 2100\$ (il se retrouve sur la ligne 1).*

*2. La séquence optimale de fabrication est composée comme suit :*

- il faut produire 60 items du produit 'A' (directement lu sur la ligne VARIABLE = 'A' pour une valeur correspondante de 60, sur la colonne VALUE).*
- il faut par ailleurs produire 30 items du produit 'C' (directement lu sur la ligne VARIABLE = 'C' pour une valeur correspondante de 30, sur la colonne VALUE).*
- De plus la solution optimale a été trouvée dès la 3e itération (lu sur la ligne : No. ITERATION = 3).*

La routine mathématique utilisée par LINDO pour résoudre les problèmes de programmation linéaire est tout simplement l'algorithme du simplexe<sup>4</sup>, qui est une méthode de résolution itérative et nous assure de l'optimalité de la solution trouvée lorsque le problème est soluble d'une part, et converge de l'autre.

Les seules restrictions que nous imposent l'utilitaire LINDO sont tout simplement des restrictions dues à LINDO industrielle version 5.3 utilisée. C'est une version qui limite le problème à résoudre à 8000 contraintes et 16000 variables.

---

<sup>4</sup> Cet algorithme a été développé par George DANTZIG en 1947.

## **2 – MODÉLISATION DU PLAN INTÉGRÉ**

Comme clairement énoncé (Nollet et al., 1986),

La préparation du plan intégré suppose que les objectifs stratégiques et les politiques de la firme sont connus. À ce stade, les installations physiques sont considérées par convention comme étant fixes, mais les gestionnaires peuvent faire varier le taux d'utilisation selon les besoins de la production.

La programmation intégrée est l'activité qui consiste à réaliser le plan intégré; elle ne permet des comparaisons que sous forme d'UE (Nollet et al., 1986). C'est à ce niveau global, loin du degré de détail de l'ordonnancement, que l'on tente de satisfaire aux critères de coûts, de stabilité de la main-d'œuvre, etc. Le plan intégré sert de guide au PDP qui lui, rend opérationnel le plan intégré.

Aussi dans ce chapitre, nous parlerons tour à tour de quelques-unes des caractéristiques et des différentes approches qui permettent de bien modéliser le plan intégré ce qui nous permettra, par la suite, de mieux comprendre les termes que nous utiliserons dans les chapitres subséquents.

### **2.1 caractéristiques et conditions d'application de la programmation intégrée**

En programmation intégrée (Nollet et al., 1986), nous tentons de répondre à bon nombre de questions importantes dont :

1. Est-il possible de résorber les fluctuations de la demande en variant l'utilisation de l'effectif ouvrier ?
2. Est-il préférable de stocker des produits finis, d'avoir recours à la sous-traitance ou encore de combiner ces deux (2) moyens avec d'autres pour répondre à la demande ?



3. Est-il préférable de stocker des produits finis, d'avoir recours à la sous-traitance ou encore de combiner ces deux (2) moyens avec d'autres pour répondre à la demande ?
4. Quel est le coût et quelles sont les conséquences des différentes options considérées ?

Le tableau 2 ci-dessous, énumère les principales conditions d'application de la programmation intégrée, qui ont été divisées en trois (3) groupes

Tableau 2 : Conditions d'application de la programmation intégrée

CARACTÉRISTIQUES	DEMANDE	SYSTÈME DE PRODUCTION
Objectifs connus	Fluctuante ou non exprimée en Unité Équivalente (UE)	Installations fixes
Horizon de planification d'environ un (1) an (moyen terme)	Influencée ou non exprimée en Unité Équivalente (UE)	Production exprimée en Unités Équivalentes (UE)
Échelonnement à intervalles d'environ un (1) mois	---	Variation possible du taux de production

Peu d'auteurs traitent du choix de l'*horizon de planification* en programmation intégrée; il s'agit pourtant là d'une décision déterminante pour les opérations d'une entreprise. L'horizon de planification est significatif s'il est assez long pour permettre au gestionnaire tout d'abord de déceler les variations et les tendances de la demande, et ensuite d'anticiper puis d'implanter des moyens aptes à répondre à ces variations. Cet horizon diffère pour chaque entreprise selon sa façon de gérer la demande et selon sa technologie de production, quoiqu'il se situe généralement entre douze (12) et dix-huit (18) mois.

L'horizon choisit doit permettre une transition souple d'un plan intégré à un autre, au cas où certaines modifications seraient nécessaires : en d'autres mots, il s'agirait d'avoir un horizon roulant, où, si nous établissons une planification pour 18 mois, par exemple, il serait utile de la refaire à tous les trois (3) mois.

L'UE permet de ramener à un même dénominateur (l'un des produits fabriqués) toute la gamme des produits d'une entreprise. Elle facilite donc grandement la planification dans l'utilisation de la capacité. La caractéristique majeure, dans le choix d'une UE, est sa facilité d'utilisation. En fait, l'unité choisie peut même n'avoir d'autre valeur que de servir

de base de comparaison avec la capacité. Illustrons la notion d'UE par un exemple (Nollet et al., 1986).

Exemple no. 2

*Un atelier de meubles, CQFD, se spécialise dans la fabrication de quatre (4) types de mobilier de cuisine. Chaque type de mobilier requiert un temps de fabrication différent. Par ailleurs, la demande prévue est la suivante :*

Tableau 3 : Demande annuelle de la firme CQFD

Type	Demande annuelle prévue	HH par unité
Contemporain	1200	20
Ultramoderne	400	14
Avant-gardiste	600	18
Haut de gamme	500	28

*La question à répondre est : quelle est l'UE qui semblerait préférable ?*

*Pour y répondre, rappelons que l'UE permet de ramener des produits différents sur une base commune et d'effectuer facilement les arbitrages nécessaires. Par exemple, la fabrication d'une unité haut de gamme requiert deux fois plus d'HH que celle d'une unité ultramoderne. C'est en établissant de telles comparaisons que l'on peut choisir comme UE l'un des quatre (4) produits et exprimer les autres en proportion du produit sélectionné.*

*Choisissons l'unité 'contemporain' comme UE. Puisque la fabrication de ce mobilier requiert 20 HH par unité, les quatre (4) types de mobiliers se traduisent en UE de la façon suivante, en tenant compte du nombre d'HH requis :*

Tableau 4 : UE de chacun des produits de la firme CQFD

Type	nombre d'UE
Contemporain	$20/20 \times 1200 = 1200$
Ultramoderne	$14/20 \times 400 = 280$
Avant-gardiste	$18/20 \times 600 = 540$
Haut de gamme	$28/20 \times 500 = 700$
Total : $1200 + 280 + 540 + 700 = 2720$ UE	

*Fait à noter, en multipliant le nombre total d'UE, 2720, par le nombre d'HH requis pour fabriquer une unité 'contemporain', 20, nous obtenons le nombre total d'HH requis pour fabriquer les unités correspondant à la totalité de la demande prévue. La comparaison de ce nombre avec la capacité disponible permet de déterminer le pourcentage de capacité inutilisée (ce pourcentage représente parfois une mesure de performance).*

Dans cet exemple, il aurait été possible d'utiliser une UE pour un service donné plutôt que pour l'ensemble de l'entreprise. Le nombre d'UE et le rapport entre les quatre (4) produits auraient alors été différents. Cependant, il est préférable d'utiliser la même UE pour l'ensemble d'une firme, même si le rapport entre les unités change d'un service à l'autre. Cette façon de procéder facilite la planification et la comparaison au niveau des variations de la demande et des capacités périodiques correspondantes, permettant ainsi de vérifier si la capacité est suffisante par rapport à la demande.

## 2.2 – Différentes approches de modélisation d'un plan intégré

La planification globale de la production consiste à déterminer le taux de production périodique selon un horizon prédéterminé.

Pour mieux saisir le problème de planification globale, il serait commode d'identifier trois (3) types de systèmes de production (Eilon, 1975) :

1. La production à la tâche est un système conçu pour répondre à une classe de commandes devant être traitée sur les mêmes équipements et postes de travail. Chaque tâche ayant ses besoins et ses spécifications propres en terme de ressources de production, le problème de planification intégré serait d'ordonner la séquence d'opération selon les différents postes de travail.
2. La production par lot est nécessaire lorsqu'il y a une demande temporelle continue pour un produit quelconque. Or, le taux de production étant largement supérieur à celui de la demande, la fabrication devra se faire en petit lot ou «*batch*» (terminologie anglophone). Déterminer la taille des lots de production et la séquence de fabrication représente l'essence de la planification intégrée dans le cas présent.
3. La production continue est de rigueur lorsque la demande est importante et la variété des produits est faible i.e. quasi unitaire. Cependant, à cause d'une demande fluctuante, il est souhaitable d'ajuster le niveau de production de temps en temps.

Revoir la définition de ces systèmes de production nous permet de remarquer que les deux premières catégories représentent des systèmes de production multi-produits car, l'existence d'un seul produit est sans signification dans la production par tâches et inadapté dans la fabrication par lots. De plus, la production continue implique la présence d'un produit unique ou d'une faible variabilité de produit, ce qui justifierait la mise en place d'un plan intégré de production.

Une distinction doit cependant être faite entre les problèmes dits d'ordonnancement et ceux tenant compte du niveau de production comme illustré à la figure 3 ci-dessous.

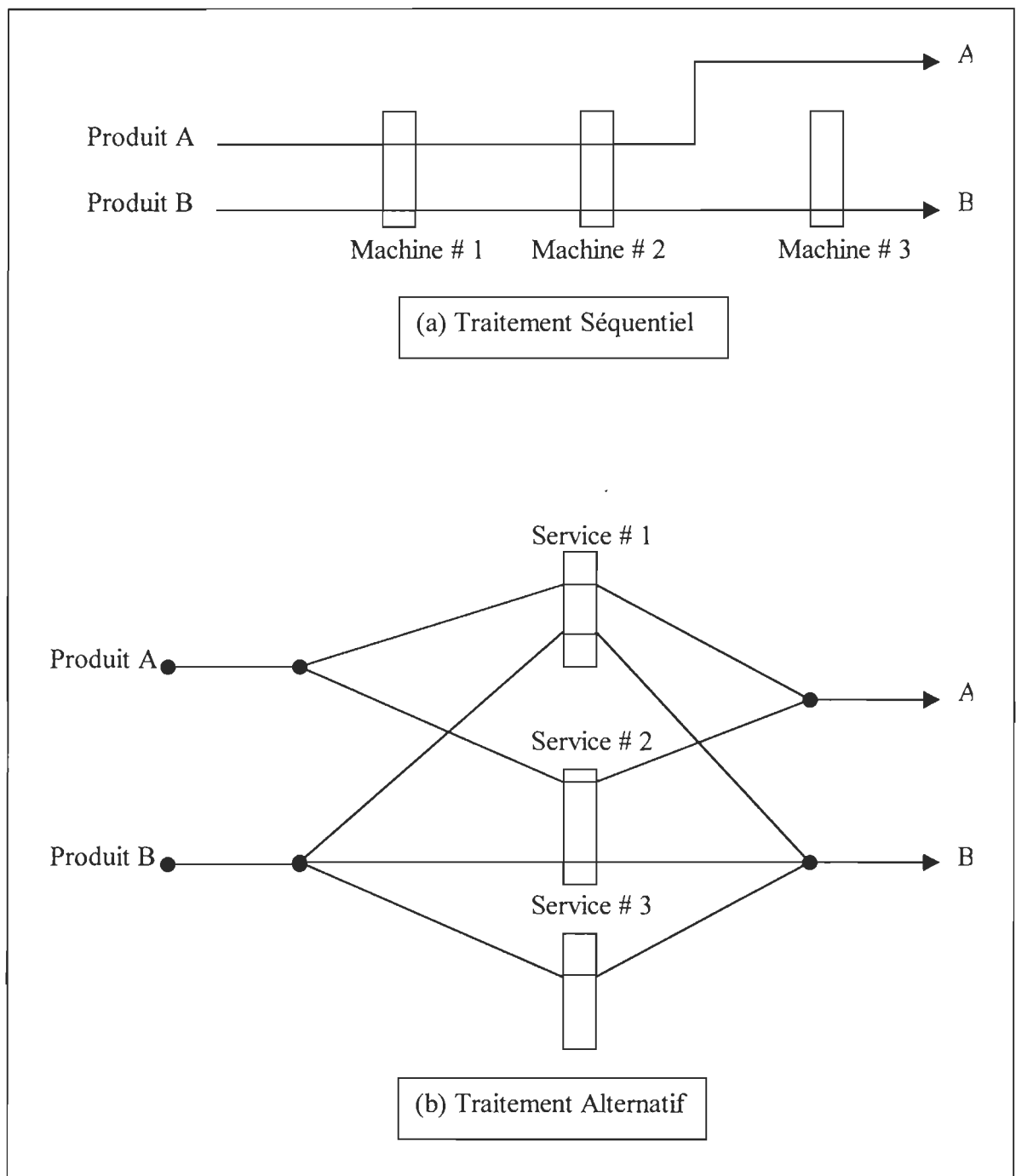


Figure 3 : Traitements séquentiel et alternatif

Lorsqu'une pièce a besoin d'être traitée sur plusieurs machines selon un ordre prédéterminé, comme sur la figure 3a, le système de production est constitué de plusieurs files d'attentes où les tâches sont effectuées d'une machine à la suivante et ce, jusqu'à ce que le travail soit complété et que la pièce quitte le système de production. Dans ce cas, la question se rapportant au niveau de la production ne se pose pas puisque les conditions de traitement pour chacune des tâches sont prédéfinies. Le problème consiste à déterminer une discipline d'alignement des files d'attentes et placer les tâches dans la file adéquate selon l'ordre dans lequel ils doivent être traités sur chaque machine (Eilon, 1972, 1975).

Dans le cas de la figure 3b, les pièces du produit B peuvent être traitées par les services #1, #2 ou #3 du système de production. Le problème sera alors d'assigner à chaque pièce le service adéquat selon la capacité, la disponibilité et le niveau de production des différents services présents.

Le tableau 5 résume les différents types de problèmes rencontrés dans la littérature courante (Eilon, 1972, 1975).

Tableau 5 : Types de problèmes<sup>5</sup>

	Nombre de produits		Types de traitement identifiés	
	Un produit	Plusieurs produits	Par séquence	Par niveau de production
Production sur commandes	--	√	√	--
Production par lot	--	√	--	√
Production continue <sup>6</sup> $\begin{cases} a \\ b \end{cases}$	√	--	--	√
	--	√	--	√

La production sur commandes serait un cas particulier de l'exemple de la figure 3b communément appelé problème de lissage de la production.

Dans le cas du multi-produit, il serait possible de le voir comme un problème de planification intégrée à production uniforme (ou lissée) dans lequel le niveau global de la

<sup>5</sup> Voir la référence bibliographique : Bowman, E. H, 1963

<sup>6</sup> C'est là, le problème de la production uniforme ( ou lissage de la production)

production serait proposé (avec des sous-programmes de désagrégation) ou encore, comme une variante du problème de fabrication par lots.

### 2.2.1 – Énoncé du problème

Notons cependant la différence qui existerait entre une production sur stock et une production sur commandes. Lorsque le système de production est conçu pour une fabrication sur commande, il est difficile d'établir un plan intégré à moins qu'une portion significative de la production puisse être fabriquée sur stock. Considérons, toutefois, un système de production constitué d'une seule machine (ou service) et fabricant un seul produit. L'horizon de planification est subdivisé en périodes discrètes du temps et la demande prévisionnelle est connue. La figure 4 montre les courbes de la production et de la demande cumulées.

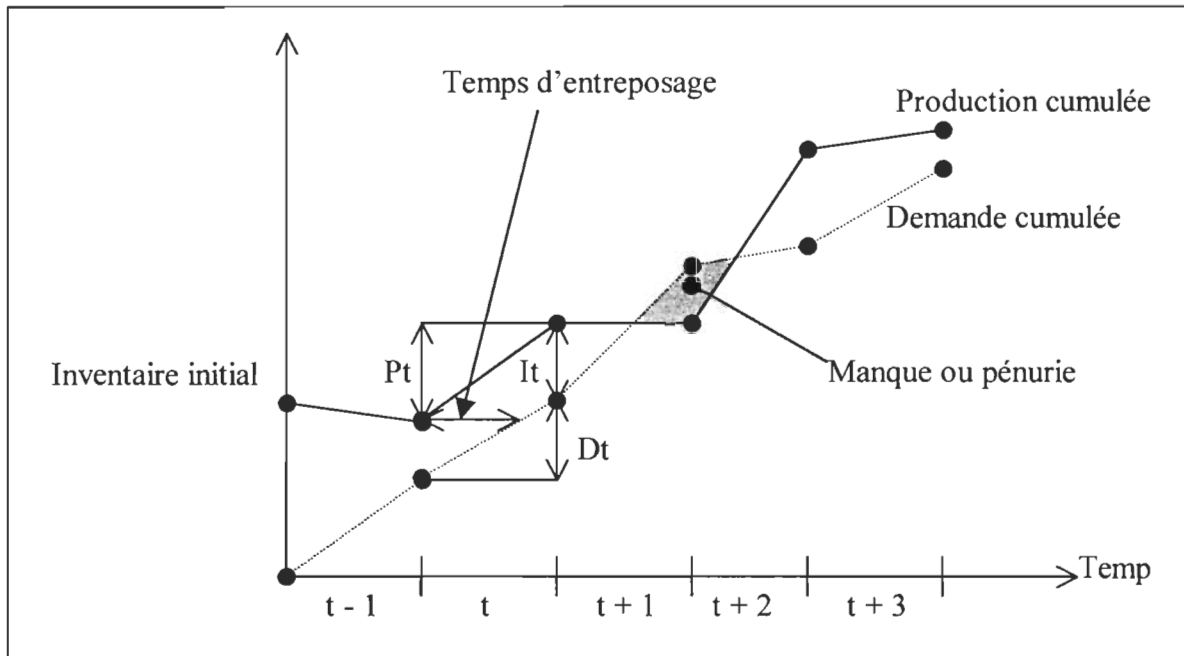


Figure 4 : Demande et production cumulées

De cette figure, notons que la différence entre ces deux courbes à un temps  $t$  indique le nombre d'unités en inventaire ou en pénurie ( $I_t$ ). De même, l'écart temporel

montre la durée d'entreposage, c'est-à-dire le temps du maintien d'un stock ou d'une pénurie obéissant à la loi du premier arrivé et premier servi.  $D_t$  représente la demande périodique alors que  $P_t$  indique la production durant la même période temporelle.

Il existe trois (3) stratégies de production dans la mise en place de la planification intégrée. Ce sont (Eilon, 1975) :

1. La stratégie de nivellement aussi appelée programme de production statique, qui est jumelée à un inventaire relativement important pour satisfaire une demande quelque peu fluctuante. Cette méthode est très favorisée par l'unité de production car elle simplifie la planification, augmente le taux d'utilisation des machines (ou des équipements) et permet une meilleure supervision tout comme un contrôle accru des procédés de fabrication. De plus, elle offre une sécurité d'emploi aux personnels de production. Par contre, le niveau moyen des stocks ou pénuries est élevé et occasionne par conséquent des coûts associés à l'entreposage de ces stocks et à l'acceptation des unités en pénuries.
2. La stratégie synchrone ou programme de production avec variations, couvre la demande périodique fluctuante ou non. Cette stratégie permet aussi le maintien d'un niveau constant des stocks sur tout l'horizon de planification afin d'offrir un coussin de sécurité entre les décisions du plancher de production et celles des gestionnaires de plus haut niveau. Cet aspect est nécessaire car si la demande prévisionnelle est sous-estimée par rapport aux commandes réelles, il faut un délai afin que le taux de production puisse rencontrer les exigences de cette demande imprévue. Dans ce cas, l'utilisation du stock de sécurité est pleinement justifiée pour palier à ces éventualités.
3. La stratégie optimale ou minimisation du coût différentiel total est une combinaison des deux (2) stratégies opérationnelles précédentes. Elle focalise principalement sur la minimisation de tous les coûts de production, de maintien en inventaire, de pénuries, etc.



Le problème de la mise en place d'un plan intégré de production consiste à trouver un équilibre approprié entre les quantités à produire et le niveau courant des stocks. Nous pouvons alors poser ce problème comme suit :

A partir de la demande prévisionnelle  $F_t$  donnée sur tout l'horizon de planification  $T$ , déterminons le niveau de production noté  $P_t$  et celui de la main d'œuvre,  $W_t$ , pour toutes les périodes  $t$  de cet horizon (avec  $t = 1, 2, \dots, T$ ).

Plusieurs méthodes, suggérées dans la littérature, existent pour résoudre ce type de problème. Elles utilisent différentes approches, notamment la résolution par des modèles mathématiques explicites, l'usage de différentes règles heuristiques ou même l'emploi de certaines techniques de simulation. Dans ce chapitre, nous nous limiterons aux cinq (5) méthodes qui nous semblent les plus adéquates car elles englobent les cas particuliers que l'on retrouve dans la littérature et surtout, ils englobent réellement toute la dynamique du problème dont nous nous proposons d'apporter une modeste contribution à l'avancement scientifique. Ces méthodes sont :

1. La règle de décision linéaire de HMMS (Holt et al, 1955, 1956, 1960),
2. La règle décisionnelle selon DE ( Deziel et Eilon, 1967),
3. La méthode des coefficients de gestion (Bowman, 1963),
4. La programmation mathématique (Eilon, 1972, Johnson et Montgomery, 1974),
5. La commutation de la production (Beckman, 1961, Mills, 1955).

### **2.2.2 – La règle de décision linéaire de HMMS**

La règle de décision linéaire (LDR), proposée par Holt, Modigliani, Muth et Simon (1955, 1956, 1960) pour le problème de planification globale de la production, détermine un plan optimal en terme de cadence de fabrication et du niveau de la main-d'œuvre. Aussi appelée modèle «*HMMS*», ses critères supposent que les décisions prises concernent essentiellement la minimisation des coûts selon la nature de la demande future et de l'horizon de planification.

Pour déterminer la cadence de production et le niveau de la main-d'œuvre, deux (2) règles décisionnelles sont utilisées dont l'une sert à déterminer cette cadence, et l'autre qui calcule le niveau d'emploi (main-d'œuvre). L'objectif principal est la minimisation des coûts dus à l'embauche et au licenciement d'une part, au niveau de l'inventaire de l'autre mais aussi à l'utilisation du temps supplémentaire et du temps de non-utilisation des ressources et aux frais fixes relatifs aux salaires des employés. Cette méthode propose quatre (4) coûts que nous résumons ici en tenant compte que les paramètres  $k_i$  sont des constantes.

1. coût de production linéaire à temps régulier durant la période  $t$  et que l'on associe au niveau de la main-d'œuvre  $W_t$  :

$$C_t^{(1)} = k_1 W_t \quad (1)$$

2. coûts d'embauche et de licenciement qui représentent des coûts d'augmentation et de diminution du niveau de la main-d'œuvre :

$$C_t^{(2)} = k_2 (W_t - W_{t-1})^2 \quad (2)$$

ici,  $W_t - W_{t-1}$  représente le changement du niveau de la main-d'œuvre durant l'intervalle  $[t-1, t]$ . Les coûts formulés dans cette équation sont symétriques et si nous observons une asymétrie, cette équation deviendrait alors :

$$C_t^{(2)} = k_2 (W_t - W_{t-1} - k_{10})^2 \quad (3)$$

Cependant, la méthode «HMMS» indique que cette constante additionnelle  $k_{10}$  s'avère être non pertinente lorsque nous obtenons des solutions optimales au problème global.

3. coût de production à temps supplémentaire :

$$C_t^{(3)} = k_3 (P_t - k_4 W_t)^2 + k_5 P_t - k_6 W_t \quad (4)$$

Il existe un point minimum dans cette fonction où le niveau de la production est exactement égal au niveau de la main-d'œuvre. Cependant, selon les auteurs, la constante  $k_5$  est souvent non pertinente car à long terme, la production cumulée est inchangée par la règle décisionnelle (Holt et al., 1960, p. 53).

4. coût de maintien en inventaire si  $I_t$  est le niveau de l'inventaire à la fin de la période  $t$  :

$$I_t = I_{t-1} + P_t - S_t \quad (5)$$

$I_{t-1}$  = niveau de l'inventaire à la fin de la période  $t-1$ ,

$P_t$  = production durant la période  $t$  et,

$S_t$  = ventes ou expéditions de la firme durant la période  $t$ ,

Le coût total relatif aux inventaires, incluant les coûts de maintien en stock et ceux associés aux pénuries, est :

$$C_t^{(4)} = k_7 [I_t (k_8 + k_9 F_t)]^2 \quad (6)$$

Dans cette dernière équation,  $F_t$  représente la demande prévisionnelle durant la période  $t$  considérée. De la même façon, le terme  $k_8 + k_9 F_t$  est associé au coût minimal de l'inventaire.

Le coût total pour une période  $t$  sera donné par l'équation (7) ci-dessous.

$$C_t = C_t^{(1)} + C_t^{(2)} + C_t^{(3)} + C_t^{(4)} \quad (7)$$

La généralisation du résultat précédent à l'ensemble des périodes de l'horizon de planification et qui représente la fonction que nous minimiserons sera tout simplement :

$$C_T = \sum_{t=1}^T C_t \quad (8)$$

En résumé, le problème posé par le modèle «*HMMS*» consiste à trouver les valeurs de  $P_t$  et  $W_t$  qui minimisent le coût total de production de l'équation (8) représentant l'objectif de la planification intégrée.

Cependant, si nous tenons compte des dérivées de la fonction quadratique qui caractérise les coûts de production, nous obtiendrons en définitive les expressions linéaires, représentant la production et le niveau de la main-d'œuvre, suivantes :

$$P_t = a_0 F_t + a_1 F_{t+1} + a_2 F_{t+2} + \dots + g_1 W_{t-1} - h_1 I_{t-1} + e_1 \quad (9)$$

$$W_t = b_0 F_t + b_1 F_{t+1} + b_2 F_{t+2} + \dots + g_2 W_{t-1} - h_2 I_{t-1} + e_2 \quad (10)$$

Ce sont les règles, selon le modèle «*HMMS*», de décision linéaire de la production et de la main d'œuvre où tous les coefficients  $k_i$  sont des constantes. Pour plus de détail, nous invitons les lecteurs à lire les articles (Holt et al., 1955, 1956, 1960).

### 2.2.3 – La règle décisionnelle selon DE

Cette méthode nous a été proposée par Deziel et Eilon (1967), d'où le nom de règle décisionnelle de «*DE*». Ils utilisèrent une approche différente pour résoudre le problème de mise en place d'un plan global pour la production uniforme. Cette méthode suggère qu'il ne faille pas mettre l'emphasis sur la minimisation de la fonction des coûts totaux, mais plutôt sur la minimisation des variations du niveau de production et de l'inventaire. Ce modèle est fondé sur les hypothèses suivantes :

1. La variable décisionnelle est la quantité de production,  $Q_t$ , et cette variable est déterminée au début de la période  $t$ . Il n'y a aucune variable décisionnelle distincte pour le niveau de la main-d'œuvre.
2. Il y a, de plus, un délai d'exécution de  $L$  période(s) pour mettre en œuvre le plan de production, de sorte que le niveau de la production  $P_t$  durant la période  $t$  est défini comme :

$$P_t = Q_{t-L}$$

3. De plus, les commandes de production déjà lancées sur le plancher ne peuvent pas être modifiées.
4. Les commandes qui ne pourront être satisfaites à la fin d'une période sont alors considérées comme en attente d'exécution.

Tenant compte de ces hypothèses, la règle de décision sera de la forme :

$$Q_t = k \left[ R - I_{t-1} - \sum_{i=t-L}^{t-1} (Q_i - \bar{D}) \right] + \bar{D} \quad (11)$$

avec :

$Q_t$  = la décision prise durant la période  $t$ , pour exécuter la fabrication de cette quantité,

$R$  = le stock de sécurité,

$I_{t-1}$  = le niveau des stocks à la fin de la période  $t-1$ ,

$\bar{D}$  = le niveau prévu de la demande,

$k$  = la constante de lissage (ou d'uniformité) avec  $0 \leq k \leq 1$ ,

$R - I_{t-1}$  décrit la quantité par laquelle le niveau courant tombe au-dessous de la condition du stock de sécurité.

Le troisième terme entre crochet de l'équation (11) représente l'excès cumulé de la production au-dessus du niveau de la demande, et ce, pendant le délai d'exécution (fabrication). Dans la même équation, nous considérons la prévision  $F_t$  au détriment de la demande prévue  $\bar{D}$ , la règle décisionnelle de « DE » devient :

$$Q_t = k \left[ R - I_{t-1} - \sum_{i=t-L}^{t-1} Q_i \right] + (1+kL)F_t \quad (12)$$

Ici,  $F_t$  représente la demande prévisionnelle périodique et elle peut être dérivée d'un processus quelconque. Si nous utilisons le modèle de lissage exponentiel simple alors :

$$F_t = \alpha D_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1} \quad (13)$$

avec :

$F_t$  = prévision de la demande mise à jour,

$F_{t-1}$  = prévision de la demande de la période précédente,

$D_{t-1}$  = demande réelle à la période  $t-1$ ,

$\alpha$  = la constante de lissage, avec  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,

Ainsi, la décision implique deux (2) paramètres de lissage  $k$  et  $\alpha$ . L'exécution du modèle peut être décrite par plusieurs mesures de performances telles que :

1. La fluctuation du niveau de l'inventaire, mesurée par l'écart type :  $\sigma_i$ ,
2. La fluctuation de la taille des nouvelles commandes, mesurée par l'écart type :  $\sigma_Q$ ,
3. Si une augmentation soudaine de la demande se produit, le niveau des pénuries courant augmente considérablement. Dans ce cas, nous définissons la quantité prévisionnelle supplémentaire due à cette impulsion comme :

$$\gamma = q' - q$$

où  $q$  représente le niveau prévu des futures pénuries quand la demande est stationnaire et  $q'$  est le futur niveau des pénuries quand la demande moyenne a une soudaine augmentation ( $q$  et  $q'$  sont mesurés sur tout l'horizon de planification). Ainsi,  $\gamma$  exprime, en termes de pénuries, la conséquence d'une « *perturbation* » au niveau de la configuration de la demande,

4. Si une perturbation se produit (par exemple, une augmentation soudaine du niveau de la demande), le système réagit en puisant dans les stocks disponibles pour palier à cette impulsion et dans le même temps, il émet des ordres de fabrication afin d'augmenter le niveau de la production comme sur la figure 5 ci-dessous (Deziel et al., 1967, Eilon, 1975). Par la suite, les prévisions sont ajustées pour permettre à la production de suivre exactement la demande prévue. Le temps pour rétablir le niveau

d'inventaire  $I_t$  à une valeur connue avant la perturbation s'appelle le « *temps de montée* » et est noté  $T_r$ .

Ainsi, le but du procédé proposé est de fournir un mécanisme qui réponde assez rapidement aux changements brusques du niveau moyen de la demande mais qui permet, dans le même temps, de lisser la cadence de production pour qu'elle ne soit pas affectée par de fausses variations de la demande. C'est l'essence de la stratégie de nivellement d'un problème de planification intégré.

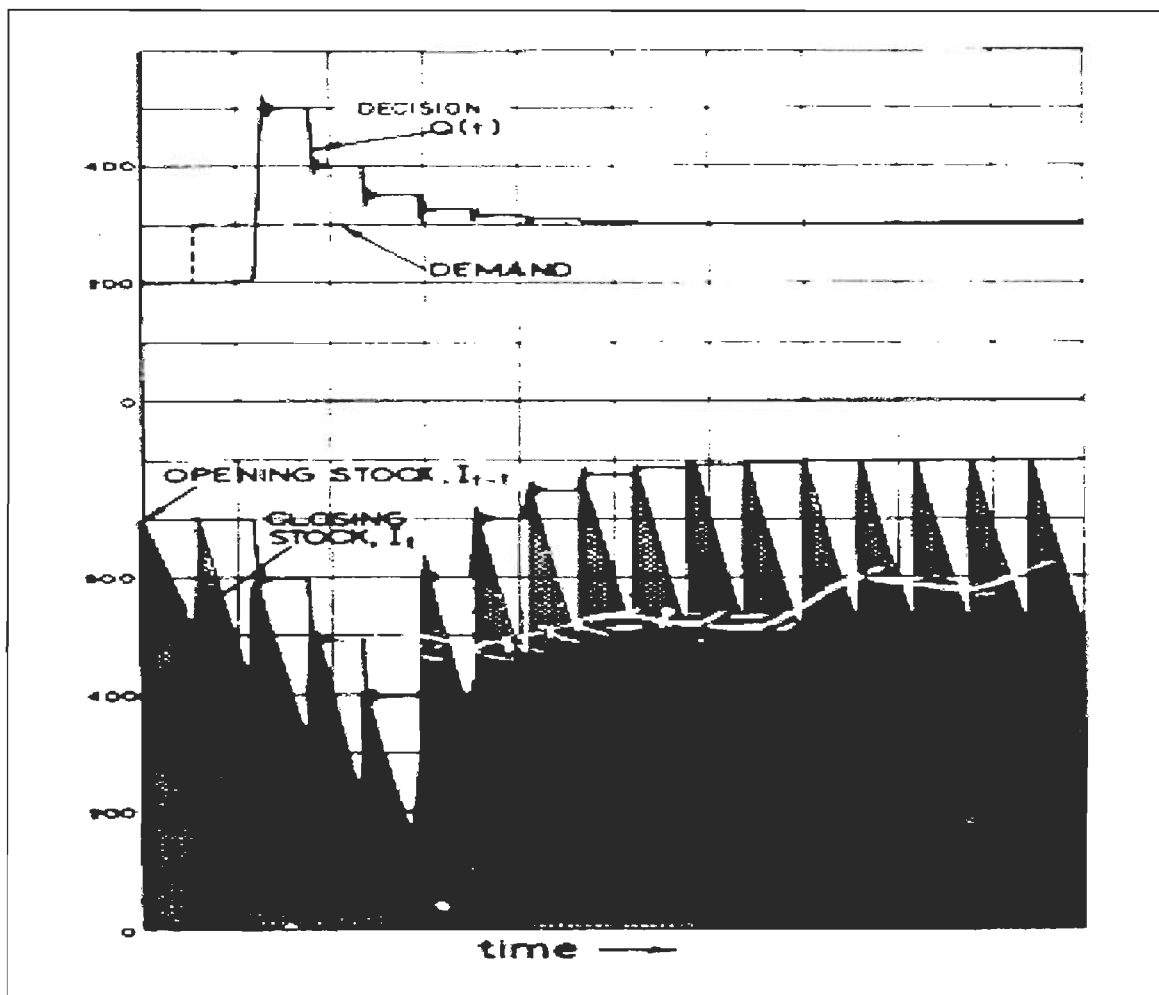


Figure 5 : Réaction à la demande d'un système linéaire à une étape

Trois (3) objectifs alternatifs sont considérés dans le modèle « *DE* » (Deziel et al., 1967), il s'agit de :

1. Minimiser :  $C = a\sigma_i + b\sigma_Q$  avec  $a$  et  $b$  : coefficients constants,
2. Minimiser :  $C = a\sigma_i + b\sigma_Q + c\gamma$  avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  : coefficients constants,
3. Même objectif que l'item 1. sujet cependant à une valeur maximale donnée  $T_r$  qui permet de s'assurer que le système est capable de récupérer d'une perturbation brusque durant le cycle de production.

Un résultat intéressant de cette étude (Deziel et al., 1967) est la symétrie des résultats pour les constantes de lissage  $\alpha$  et  $k$ . De plus, le fait que le modèle décisionnel « *DE* » (Deziel et al., 1967) soit essentiellement réduit à déterminer une variable de décision unique est un avantage évident pour la simplicité. Dans la même optique, le modèle tient compte du délai d'exécution  $L$ , paramètre manquant dans le modèle *HMMS* (Holt et al., 1960).

Il est tout de même très difficile de faire une comparaison directe avec le modèle *HMMS*, car ils sont fondés sur des hypothèses différentes. Le modèle « *DE* » se passe de la nécessité de déterminer les nombreux paramètres de coût requis par le modèle *HMMS* et évite, également, plusieurs de ses problèmes.

#### 2.2.4 – La méthode des coefficients de gestion

Cette méthode, due à BOWMAN (Bowman, 1963), cherche à établir les coefficients qui décrivent le comportement du choix décisionnel d'un gestionnaire dans un environnement donné. En utilisant l'analyse de la régression statistique, les règles d'établissement du programme sont adaptées aux expressions simples (Eilon, 1975) dont :

$$P_t = a_1 F_t + a_2 W_{t-1} - a_3 I_{t-1} + a_4 \quad (14)$$

$$W_t = b_1 F_t + b_2 W_{t-1} - b_3 I_{t-1} + b_4 \quad (15)$$



Où  $a_i$  et  $b_i$  sont dérivées des régressions statistiques. L'hypothèse de base considérée ici est que les décisions en matière de gestion sont principalement régies par le niveau de la main-d'œuvre actuelle, par la prévision de la demande durant la période  $t$  et par le niveau de l'inventaire.

Les critiques de cette approche sont diverses :

1. La forme des fonctions de régression multiple est arbitraire et en particulier la régression des décisions passées sur un horizon restreint peut mener à des conclusions incorrectes.
2. Les tests sur la qualité de l'ajustement, entre la demande prévisionnelle et la demande réelle, sont auto-adaptatifs. Ainsi, si l'ajustement est médiocre, le modèle de régression est rejeté, par contre, si l'ajustement est correct, le modèle est accepté.
3. Le modèle de régression se fonde sur des décisions prises par un gestionnaire ou un groupe de gestionnaires.
4. Enfin, la prétention fondamentale selon laquelle les gestionnaires sont de bons décideurs et qu'il serait nécessaire d'éliminer les incohérences dans leur comportement est une affirmation plutôt incertaine.

### **2.2.5 – La programmation mathématique**

Dans cette approche, les auteurs assument que la demande prévisionnelle est précise, de sorte qu'un plan de production pour tout l'horizon de planification  $T$  peut être déterminé dès le départ. Le plan peut alors être mis à jour de manière périodique dès qu'une information, précisant certains aspects, devient disponible. Plusieurs modèles de programmations mathématiques peuvent être construits, selon la complexité des hypothèses initiales. Des exemples sont discutés ci-dessous (Eilon, 1972).

### 1. Modèle # 1 : Coûts de la production et de l'inventaire

Soient les variables suivantes :

$x_t$  = Taux de production à temps régulier durant la période  $t$ ,

$y_t$  = Taux de production à temps supplémentaires durant la période  $t$ ,

$z_t$  = Taux de production en sous-traitance (ou du troisième quart de travail) durant la période  $t$ ,

$P_t$  = Taux de production global durant la période  $t$ , avec  $t = 1, 2, \dots, T$  et

$$P_t = x_t + y_t + z_t,$$

$c_1$  = Coût unitaire à temps régulier,

$c_2$  = Coût unitaire à temps supplémentaire,

$c_3$  = Coût unitaire en sous-traitance,

$I_t$  = Niveau de l'inventaire à la fin de la période  $t$ ,

$c_4$  = Coût unitaire de maintien en inventaire,

$F_t$  = Demande prévisionnelle durant la période  $t$ ,

$S_t$  = Expéditions ou ventes durant la période  $t$ ,

Nous voyons que les coûts de production sont linéaires par morceaux. De plus, avec  $c_3 > c_2 > c_1$ , la solution à ce problème s'assurerait que le temps régulier est entièrement utilisé avant que ne soit envisagée l'option de l'utilisation du temps supplémentaire. De la même façon, aucune sous-traitance ne sera permise avant que toutes les heures supplémentaires ne soient épuisées. Nous assumons que les paramètres de coût :  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont indépendants du temps. Cependant, le modèle peut également manipuler le cas où chacun de ces paramètres a une valeur différente d'une période à l'autre.

Le niveau d'inventaire à la fin de la période  $t$  est calculé par l'équation (5) du §2.2.2 et un inventaire initial, noté  $I_0$ , est possiblement présent au début de l'horizon de planification. Dans ce cas, nous aurons :

$$I_t = I_0 + \sum_{i=1}^t (P_i - S_i) \quad (17)$$

Dans le cas où nous aurions un maintien en inventaire, le coût associé à ce stock serait  $(c_4 I_t)$  pour la période  $t$  considérée. Finalement, le coût total s'exprimerait comme :

$$C = \sum (c_1 x_t + c_2 y_t + c_3 z_t + c_4 I_t) \quad (18)$$

Ce modèle est assujéti à plusieurs contraintes dont :

$$\left. \begin{array}{l} A_t^* \leq x_t \leq A_t \\ B_t^* \leq y_t \leq B_t \\ C_t^* \leq z_t \leq C_t \end{array} \right\} \quad (19)$$

où  $A_t^*$  et  $A_t$  sont les limites supérieures et inférieures respectivement, pour la cadence de production en temps régulier à la période  $t$  et les autres limites  $B_t^*$ ,  $B_t$ , etc. sont définies de la même façon pour le temps supplémentaires et la sous-traitance.

Jusqu'alors, cette formulation de programmation linéaire (LP), ne fait nullement référence au maintien des unités en pénurie et il n'est pas difficile de voir que les solutions à coût minimum de l'équation (18) (§2.2.5 modèle 1) seront réalisées en produisant des quantités égales aux limites inférieures des contraintes.

Il existe deux (2) possibilités tenant compte des pénuries (Bowman, 1963, Eilon, 1975).

- **Modèle 1.1** : contraintes imposées au niveau des inventaires

$$I_t \geq I^* \quad (20a)$$

où  $I^*$  correspond au niveau absolu le plus bas qui devrait être mis à jour (dans ce contexte,  $I^*$  peut même être négatif). Aussi, il serait souhaitable de permettre à  $I^*$  de varier d'une période à l'autre et nous pourrions alors le remplacer par  $I_t^*$  dans l'équation (20a).

De la même façon,

$$I_t \geq k F_{t+1} \quad (20b)$$

où  $k$  est une constante. Cette expression suggère que le stock à la fin de la période  $t$  doit être au moins une proportion de la demande prévisionnelle de la période suivante. Le modèle LP pourrait être défini comme la détermination des valeurs de  $x_t$ ,  $y_t$  et  $z_t$  qui minimisent la fonction « objectif » de l'équation (18) et qui sont sujettes aux contraintes et exigences prédéfinies.

- **Modèle 1.2** : une pénalité, notée  $c_5$  où cette variable représente le coût d'une pénurie, est imposée relativement à l'acceptation des commandes en souffrance lors de la mise en place de ce second modèle. Dans ce cas, le niveau de l'inventaire  $I_t$  devient :

$$I_t = u_t - v_t \quad (21)$$

où  $u_t$  représente le stock physique présent à la fin de la période  $t$  et  $v_t$  est la quantité des pénuries. De plus,  $u_t$  et  $v_t$  sont toutes les deux non-négatives. Le terme associé au coût des inventaires de l'équation (18) est remplacé par :

$$\text{coût de l'inventaire} = c_4 u_t + c_5 v_t \quad (22)$$

Cette équation (22) entraîne que  $u_t$  et  $v_t$  deviennent des variables décisionnelles. Puisque  $c_4 \neq c_5$  et qu'il n'y a pas de limites supérieures à  $u_t$  et à  $v_t$ ; la résolution de LP tiendra compte de  $u_t$  et  $v_t$  sur chacune des périodes de l'horizon de planification considéré.

## 2. Modèle # 2 : La main-d'œuvre

Dans le modèle # 1, la main-d'œuvre n'apparaît pas comme une variable décisionnelle. Si nous émettons l'hypothèse selon laquelle il existerait une forme de relation entre la main-d'œuvre et le taux de production à temps régulier, il devient impératif de modifier le modèle précédent.

Si  $W_t$  représente le niveau de la main-d'œuvre et  $x_t$  la production durant la période  $t$ , l'équation (23) ci-dessous constitue une contrainte au nouveau modèle que nous mettons en place.

$$x_t \leq \alpha_1 W_t - \alpha_0 \quad (23)$$

où  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  sont des paramètres non-négatifs;  $\alpha_1$  est la production par heure-homme de travail et  $\alpha_0$  est proportionnel au niveau minimal de la main-d'œuvre exigée à des fins productives.

Si  $c_1$  est le coût horaire périodique à temps régulier,  $c_6$  représente le coût d'embauche d'un employé et  $c_7$  le coût de licenciement, l'équation (24) est en tout point similaire à l'équation (21) citée plus haut.

$$W_t - W_{t-1} = U_t - V_t \quad (24)$$

où :

$U_t$  = nombre de personnes embauchées pour augmenter le niveau de la main-d'œuvre,  $V_t$  = nombre de personnes licenciées pour réduire le niveau de la main-d'œuvre,

Dans ce cas, comme lors des approches précédentes,  $U_t$  et  $V_t$  sont non-négatifs. De plus, si  $U_t > 0$  alors  $V_t = 0$ , par contre si  $V_t > 0$  alors  $U_t = 0$ . Le coût total s'exprime selon l'équation :

$$C = \sum (c_1 W_t + c_2 y_t + c_3 z_t + c_4 u_t + c_5 v_t + c_6 U_t + c_7 V_t) \quad (25)$$

Dans ce modèle, les pénalités associées aux pénuries sont identiques au modèle 1.2 et les contraintes sont modélisées par les équations (19), (21), (23) et (24).

Une variante à ce modèle pourrait être modélisée pour expliquer les coûts engendrés par l'augmentation ou la diminution de la production plutôt que la main-d'œuvre.

L'hypothèse fondamentale dans ces modèles (Eilon, 1975), est l'approximation faite que les coûts sont des fonctions linéaires. Cependant, c'est une hypothèse que nous ne pourrions soutenir si le besoin de construire un modèle de programmation non linéaire se présente. En effet, la programmation non linéaire est plus complexe et prend plus de temps de résolution que la méthode LP. Nous faisons, également, l'hypothèse tacite selon laquelle nous traitons de problèmes déterministes et dont la demande prévisionnelle est supposée exacte. L'avantage d'un tel modèle est de tenir compte des véritables aspects de la mise en place d'un plan intégré capable de prendre en compte toutes les possibilités du milieu réel. Comme inconvénient, nous noterons une modélisation pas toujours facile et un temps d'exécution (ou de résolution) relativement plus important que les modèles LP conventionnels.

Évidemment, la procédure pour mettre à jour la solution au modèle LP suggère une aide, pour chaque période, afin de tenir compte des nouvelles informations car, le niveau de production d'une période à l'autre pourrait-être sensiblement affecter par des prévisions relatives à un horizon plus lointain au détriment de celles d'un avenir immédiat. Cette difficulté peut être allégée, dans une certaine mesure, en réduisant l'horizon de planification, mais la critique fondamentale de ces points reste valide.

L'horizon de planification soulève également le problème des conditions de « *fin* ». Si aucune condition de fin n'est énoncée, le modèle produira une solution où l'inventaire final sera automatiquement mit à zéro à la fin de l'horizon. Il peut également réduire les ressources (telles que le niveau de la main-d'œuvre) vers la fin de l'horizon afin de minimiser les coûts globaux. Nous pouvons éliminer cet « effet de fin » en indiquant des conditions minimales à l'inventaire et à la production où, tout simplement, en planifiant sur

un horizon plus long que celui considéré initialement, de sorte que « l'effet de fin » soit répandu.

L'avantage du modèle LP conventionnel pour la résolution des problèmes de lissage de la production, réside essentiellement dans la simplicité mathématique et dans la facilité comparative avec laquelle il peut manipuler des contraintes de disponibilité des ressources. Il fournit, entre autre, quelques informations utiles par rapport au coût virtuel afin d'indiquer certaines voies profitables dont, l'opportunité d'augmenter les ressources. C'est en raison de ces avantages que si nous avons à résoudre un problème dont les coûts ne seraient pas linéaires, il suffirait de les linéariser par des techniques mathématiques afin de profiter des énormes possibilités de la méthode LP.

Notons que nous nous appliquons à développer un modèle d'optimisation du plan intégré de production/fabrication et/ou, parfois même, d'assemblage et il est absolument nécessaire de faire abstraction de certains aspects qui sembleraient importants et incontournables tels que les temps de mise en course, etc. Or, c'est à ce niveau que réside la raison fondamentale de la planification intégrée dont l'objectif est de nous donner un aperçu global du plan de production optimal et laisser le soin aux modules subséquents de détailler, simplifier et rendre opérationnel les décisions prises durant cette étape stratégique.

#### **2.2.6 – La commutation de production**

Dans plusieurs systèmes de production, le réglage du niveau de fabrication fait référence à deux types de coûts : les coûts fixes associés à la possibilité d'un changement de ce niveau et les coûts variables, proportionnels à la quantité, reliés à l'ajustement du niveau de fabrication. S'il est possible de considérer n'importe quel niveau de production (avec des contraintes supérieures reflétant la capacité de fabrication des installations), un modèle mathématique peut être formulé avec des variables binaires 0/1. La variable prend la valeur 0 s'il n'y a aucun changement du niveau de production sinon elle est plutôt à une valeur égale à 1.

Une autre approche de résolution considérée est le cas d'une demande stationnaire où l'usage de la programmation dynamique (Beckman, 1961, Mills, 1955) aura comme résultat la solution illustrée à la figure 6 et dont les variables  $P$  et  $I$  sont les niveaux de production et d'inventaire, respectivement. La zone hachurée indique le domaine où aucune action n'est nécessaire, mais lorsqu'un point représentant le niveau de production et d'inventaire se retrouve à l'extérieur, il y a un ajustement automatique qui replace ce point sur le contour de cette zone. Cependant, le temps de résolution est très important et de plus, cette méthode ne manipule pas facilement des distributions mobiles au niveau de la demande.

Si la production est cependant confinée à un nombre relativement petit (de sorte que le choix de la cadence de production soit réalisé par des étapes discrètes données), les activités de fabrication présentent, à chaque niveau, un excellent moyen de contrôle et de réduction de l'effet associé au changement.

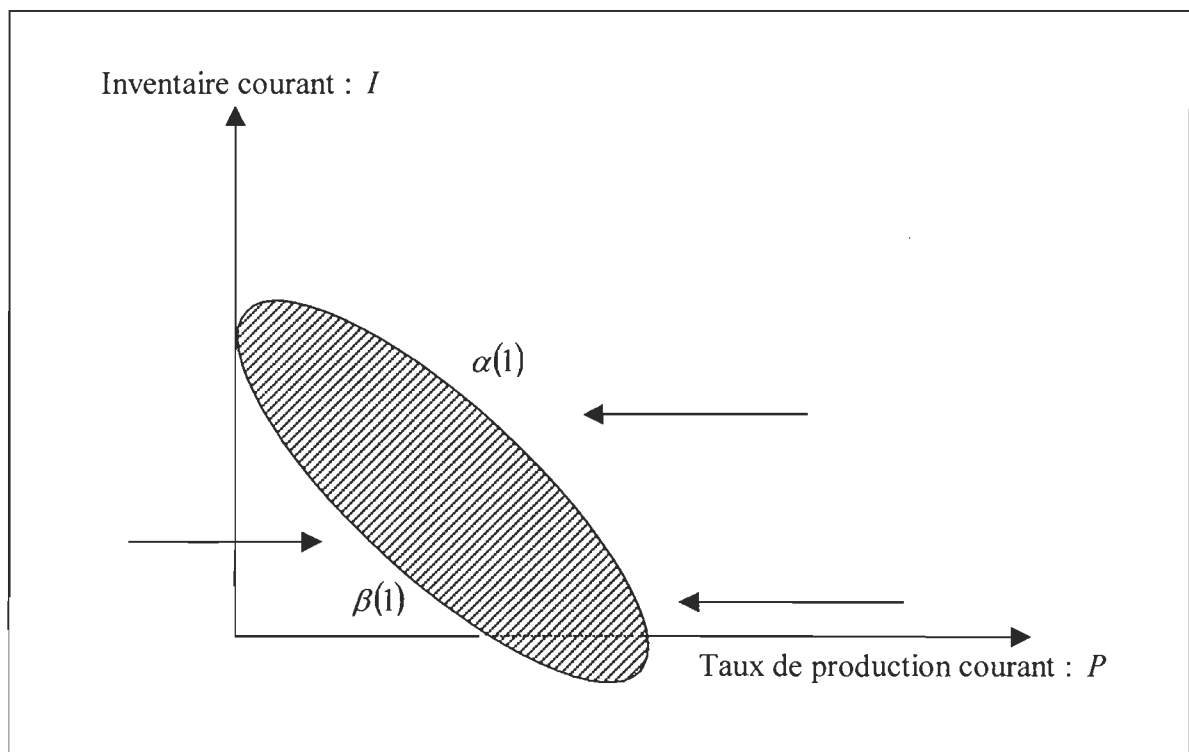


Figure 6 : Solution au problème de lissage de la production



La fonction des coûts de ce modèle de commutation de la production aura la forme suivante :

$$C = \sum (c_1 P_t + c_2 z_t + c_3 I_t + c_4 I_t) \quad (26)$$

Avec  $P_t$  représentant la cadence de production et  $I_t$  le niveau de l'inventaire durant la période  $t$ . De plus, nous avons :

$c_1$  = coût unitaire de production,

$c_2$  = coût de changement de la production,

$c_3$  = coût du surplus d'inventaire (lorsque  $I_t \geq 0$ ),

$c_4$  = coût associé à la pénurie (lorsque  $I_t \leq 0$ ),

$z_t$  = nombre de changement de niveau de la production durant la période  $t$ ,

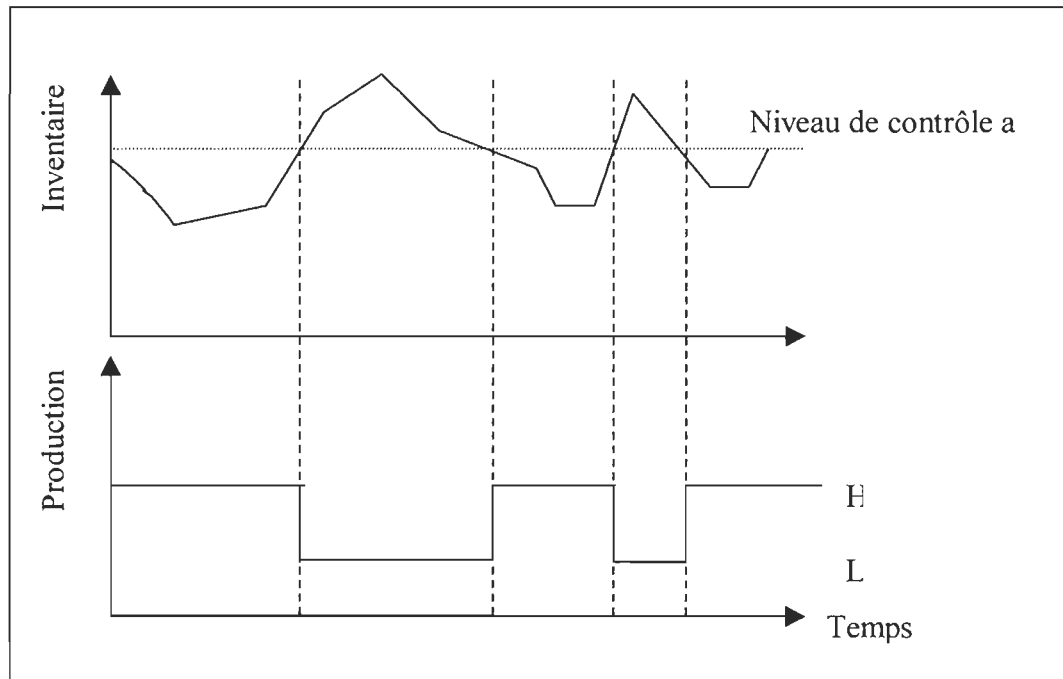


Figure 7 : Cas de niveaux de production, commande de niveau simple

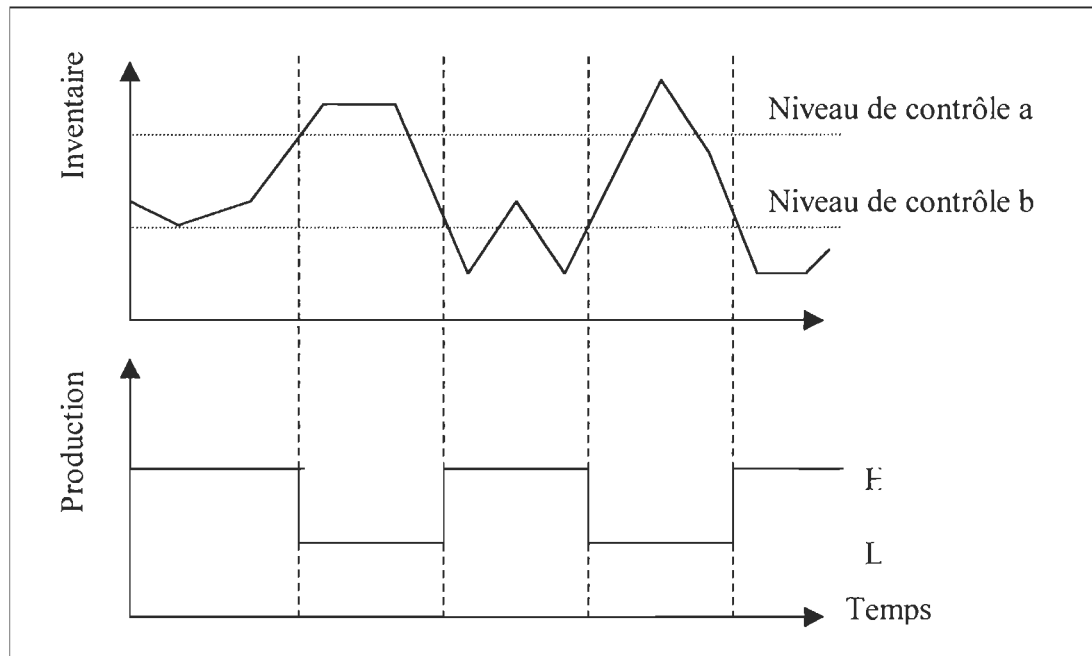


Figure 8 : Cas de niveaux de production, commande à deux (2) niveaux

Le mécanisme de commutation de la production est illustré par les figures 7 et 8 ci-dessus : les variables  $H$  et  $L$  représentent les deux niveaux du taux de production auxquels le système est capable d'opérer. Le niveau des inventaires est surveillé et quand il croise le niveau de contrôle  $a$  (sur la figure 7), cela signifie que la production doit cesser ou diminuer de  $H$  à  $L$  et vice versa.

Le raisonnement d'une telle politique de commutation est semblable au système de vérification de l'inventaire (méthode  $s, S$ ). Dans le cas de trois (3) niveaux de production, par exemple, les taux de production  $H$ ,  $N$  et  $L$  (avec  $H > N > L$ ) sont possible et ils sont associés à autant de limites de contrôle  $a$ ,  $b$  et  $c$  (avec  $a > b > c$ ) et dans ce cas, la règle de production suivra les consignes suivantes :

$$P_t = \begin{cases} H, & \text{si } I_t \text{ passe } c \text{ par le haut} \\ N, & \text{si } I_t \text{ passe } b \\ L, & \text{si } I_t \text{ passe } a \text{ par le bas} \end{cases}$$

Comme principal commentaire à la méthode de commutation de la production, nous pourrions dire que lorsqu'il est préférable d'exécuter la production selon un niveau prédéterminé (tel que le lancement ou l'arrêt d'une chaîne de production), il est relativement peu accommodant de traiter le niveau de production comme une variable continue. Dans ce cas, le modèle décrit ici est une voie très appropriée pour analyser les valeurs des paramètres de contrôle afin de réaliser les objectifs de la production par commutation. En outre, ce modèle peut être utilisé pour déterminer les niveaux fixes de la production (si le gestionnaire est ouvert à une décision de cette nature) et effectuer les différentes analyses de sensibilité.

Finalement, chacune des cinq (5) approches présentées, pour la mise en place d'un plan intégré ayant une production uniforme a des forces et des faiblesses.

Selon les modèles « *HMMS* », méthode de commutation de la production et modèle LP, l'objectif principal est la minimisation des coûts (ou maximisation des profits dans certaines formulations de LP).

La règle décisionnelle du modèle « *DE* » poursuit également cet objectif cependant, elle utilise une structure différente du modèle « *HMMS* ».

Enfin, l'approche des coefficients de gestion tente de mettre à jour l'uniformité dans le programme décisionnel et utilise les coûts comme un artifice pour permettre, d'une part, une meilleure justification et introduire, de l'autre, la possibilité d'une comparaison avec d'autres modèles.

Les modèles LP sont très puissants et la plupart sont tout à fait satisfaisants malgré les hypothèses de linéarité des coûts. Ils sont tout de même vulnérables lorsque la demande prévisionnelle est relativement imprécise. C'est pour ces raisons que nous avons opté pour une approche de résolution similaire tout en redéfinissant certains aspects qui nous permettront de contourner ces légères difficultés comme nous vous le présenterons dans le chapitre trois (3).

### 3 – MODÈLES DE BASES DU PLAN INTÉGRÉ

Suite à la présentation des différentes approches existantes dans le processus de mise en place d'un plan intégré de production et/ou de fabrication, notre choix s'est porté sur la programmation mathématique comme approche de résolution et de conception du plan intégré. Ce chapitre présente ainsi les différentes modélisations mathématiques dont certaines nous servirons de modèles de références pour l'application PIAO.

Ces modèles sont adéquats lorsque la planification de la production se fait sur un intervalle de temps prédéterminé, intervalle temporel subdivisé en périodes discrètes et ponctuelles, au cours duquel le taux de production varie (Johnson et al., 1974).

Dans cette optique, le problème de planification consiste à établir le taux de production et, éventuellement, le niveau de la main-d'œuvre pour chaque période de l'horizon de planification. Rappelons tout de même que lorsqu'il existe une variation périodique de la demande, le problème de planification associé est qualifié de « dynamique ».

Nous présentons ici certaines solutions de rechange offertes aux gestionnaires lorsqu'ils planifient la production en portant une attention particulière sur la nécessité de satisfaire à une demande fluctuante (Johnson et al., 1974) :

1. Augmenter les inventaires durant les périodes creuses dans l'optique d'une demande prévisible forte;
2. Accepter les pénuries ou tolérer des pertes d'opportunités lorsqu'il y a une demande importante;

3. Recourir à l'utilisation du temps supplémentaire dans les périodes de pointe ou permettre du temps d'inoccupation dans des périodes à faible demande, pour changer le niveau de production en maintenant constant le niveau de la main-d'œuvre et celui de l'utilisation des équipements;
4. Utiliser la sous-traitance dans les périodes de pointe;
5. Changer la capacité en faisant varier le niveau de la main-d'œuvre par l'embauche ou le licenciement des employés mais aussi, par des modifications d'usines ou d'équipements.

La combinaison optimale de ces méthodes implique des échanges (arbitrages) appropriées dans l'usage des différents types de coûts suivants (Johnson et al., 1974) :

- Les coûts d'approvisionnement pour l'acquisition de produits achetés à des sources extérieures;
- Les coûts de production incluant les coûts externes associés à la fabrication dans des conditions normales et changeant avec la cadence de production;
- Les coûts de maintien de l'inventaire;
- Les pénuries associées aux commandes en attentes et aux pertes de vente;
- Les coûts d'augmentation et de diminution du niveau de la main-d'œuvre. Ceux-ci incluant les coûts d'embauche et de formation tout en séparant les salaires et d'autres pertes associées à la mise à pied ou congédiement des ouvriers;
- Les coûts associés à l'usage des heures supplémentaires ou des heures inutilisées;
- Les coûts associés aux changements du taux de production;

Comme nous le verrons dans le développement des outils mathématiques utilisés, seules certaines de ces alternatives de gestion et certains de ces coûts seront considérés dans les modèles que nous vous présenterons et qui se retrouvent dans l'abondante littérature propre au domaine de la recherche opérationnelle.

Un exemple de résolution nous permettra d'introduire la présentation des différents modèles et nous servira également d'introduction réelle à la lecture de ce

chapitre. Par la suite, nous vous présenterons les modèles utilisant l'hypothèse commune selon laquelle les coûts sont modélisés comme des fonctions linéaires. Ce chapitre se poursuivra sur une présentation sommaire du lissage de la production et du niveau de la main-d'œuvre pour s'achever par un rappel sur la syntaxe et les modèles employés pour la planification multi-produits et multi-périodes.

### 3.1 – Introduction

Nous amorcerons cette introduction sur les modèles de programmation mathématique du plan intégré par un exemple.

Exemple no. 3 :

*Soit le tableau 6 ci-dessous contenant les prévisions de vente d'un produit sur un horizon de planification de plus d'une année, mais divisé en treize (13) périodes de quatre (4) semaines chacune.*

Tableau 6 : Prévision de la demande de l'exemple #3

PÉRIODE	DEMANDE PRÉVISIONNELLE	DEMANDE CUMULATIVE
1	100	100
2	180	280
3	220	500
4	150	650
5	100	750
6	200	950
7	250	1200
8	300	1500
9	260	1760
10	250	2010
11	240	2250
12	210	2460
13	140	2600

*Le tableau précédent nous indique la demande prévisionnelle de l'exemple en cours alors que les tableaux 7 et 8 suivants représentent les résultats des plans de production # 1 et # 2 respectivement.*

Tableau 7 : Plan de production # 1

PÉRIODE	PRODUCTION	STOCKS	PÉNURIES	CHANGEMENT DE CAPACITÉ	TEMPS SUPPL. (TS)	SOUS- TRAITANCE (ST)
1	200	100	0	+20	0	0
2	200	120	0	0	0	0
3	200	100	0	0	0	0
4	200	150	0	0	0	0
5	200	250	0	0	0	0
6	200	250	0	0	0	0
7	200	200	0	0	0	0
8	200	100	0	0	0	0
9	200	40	0	0	0	0
10	200	0	10	0	0	0
11	200	0	50	0	0	0
12	200	0	60	0	0	0
13	200	0	0	0	0	0

Tableau 8 : Plan de production # 2

PÉRIODE	PRODUCTION	STOCKS	PÉNURIES	CHANGEMENT DE CAPACITÉ	TEMPS SUPPL. (TS)	SOUS- TRAITANCE (ST)
1	150	50	0	-30	0	0
2	150	20	0	0	0	0
3	150	0	50	0	0	0
4	150	0	50	0	0	0
5	150	0	0	0	0	0
6	250	50	0	+50	40	10
7	250	50	0	0	40	10
8	250	0	0	0	40	10
9	250	0	10	0	40	10
10	250	0	10	0	40	10
11	250	0	0	0	40	10
12	175	0	35	-25	0	0
13	175	0	0	0	0	0

*Si nous compilons les résultats des deux plans de production # 1 et # 2 sur le même graphique, nous obtenons une vue globale et comparative de courbes cumulées suivantes.*

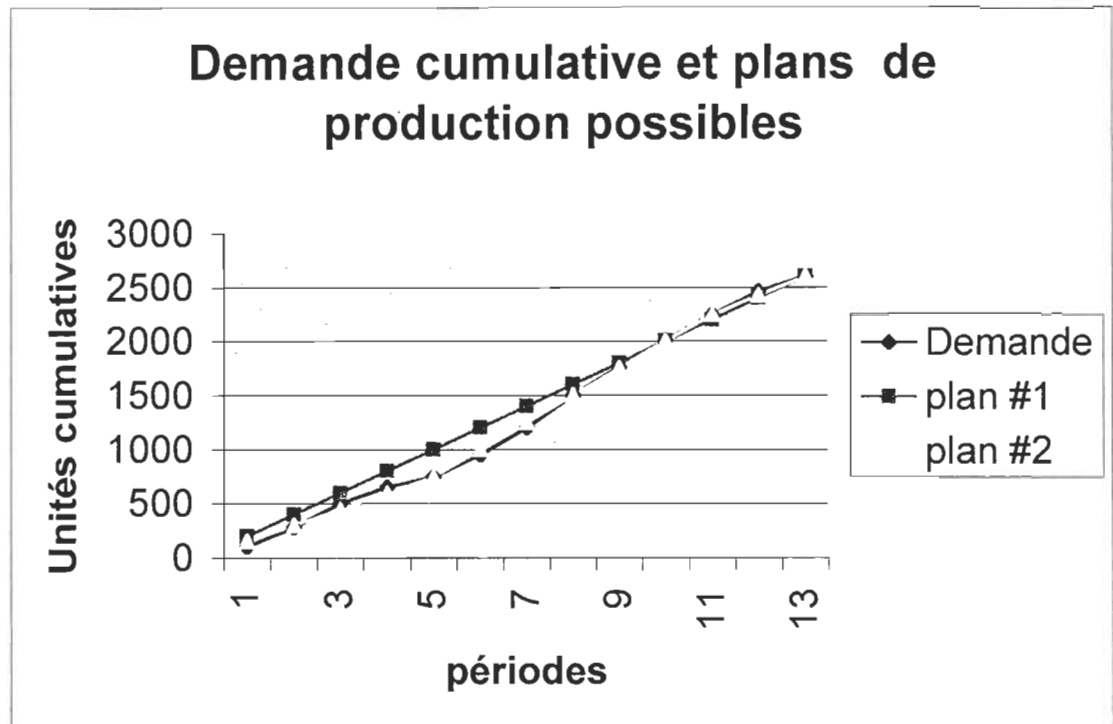


Figure 9 : Demande et plans de production cumulatifs

*Le plan #1 de la figure 9 représente la production à taux constant de 200 unités par période durant tout l'horizon de planification. Par contre, le plan #2 de la même figure à une cadence de production de 150 unités pour les cinq (5) premières périodes, de 250 unités pour les six (6) périodes suivantes et de 175 unités pour les deux (2) dernières périodes de l'horizon de planification. Des tableaux 7 et 8, nous pouvons brosser une comparaison rapide des deux plans de production par rapport au niveau des inventaires, des pénuries, des heures supplémentaires, de la sous-traitance et du changement de taux de production. Les hypothèses de ces plans de production sous-entendent que tout manque est considéré comme une pénurie et qu'il est possible de produire jusqu'à 200 unités à temps régulier (capacité maximale), que le temps supplémentaire ne peut excéder 20% du temps régulier et qu'il est préférable d'utiliser les heures supplémentaires à la sous-traitance. Nous*



*assumons également que l'inventaire initial est à zéro (0) et que la production périodique initiale est de 180 unités par période.*

*Si nous associons un coût de 1 \$/période/unité pour toute unité maintenue en inventaire ou en pénurie, 2.5 \$/période/unité pour tout changement de la cadence de production, 2 \$/période/unité pour une production à temps supplémentaire et 4 \$/période/unité lorsque les produits sont acquis via la sous-traitance. Nous obtenons, en définitive, un coût total de 13270 \$ et de 1382.5 \$ pour les stratégies de production #1 et #2 respectivement.*

*Nous observons, par rapport un calcul simple, que le plan de production # 1 a des coûts de maintien en inventaire plus élevés que le plan # 2 mais, ce dernier à de meilleurs coûts en ce qui à trait aux autres mesures de performance.*

*Le plan retenu dépendra de la minimisation des coûts de maintien en inventaire, de l'acceptation des unités en pénurie, du changement du taux de production, de l'utilisation des heures supplémentaires et de la sous-traitance.*

Rappelons que ces deux programmes de production ont été choisis de façon arbitraire et que le problème de planification intégrée consiste à développer le meilleur programme de production possible. Par rapport à cela, nous vous présentons ici les différentes approches de modélisation mathématique du problème à résoudre.

### **3.2 – Modèles utilisant des coûts linéaires**

Dans ce modèle, si les coûts appropriés peuvent être assumés comme étant des fonctions linéaires des variables définissant le programme de production, alors le problème de planification peut-être formulé comme un modèle LP mais, toutes les contraintes doivent également être des fonctions linéaires. La disponibilité de puissants algorithmes pour résoudre ces problèmes signifie que même s'ils sont de grandes tailles, ils peuvent être

aisément analysés par une approche mathématique. De plus, certains modèles LP présentent des structures spécifiques qui sont résolus par d'autres algorithmes fortement efficaces.

Dans cette partie du chapitre trois (3), nous présentons trois (3) possibilités de formulation de programmation linéaire pour la résolution de problèmes dynamiques de planification de la production. Le premier des trois (3) modèles est le fameux modèle de transport, très connu dans le domaine de la gestion de la production et également considéré comme un cas particulier de formulation d'un problème de programmation linéaire. C'est un modèle facile d'utilisation et de compréhension. Les deux (2) derniers modèles ressemblent beaucoup plus à la formulation générale d'un problème de programmation linéaire. Tous impliquent un seul produit (ils ne tiennent pas compte du cas multi-produits) et une seule source de production (c'est-à-dire qu'ils n'offrent pas la possibilité de l'usage d'autres sources de production). Les problèmes ayant des coûts non-linéaires seront sommairement abordés car, ils ne représentent aucun intérêt pour le champ de recherche que nous avons considéré. Nous parlerons cependant des problèmes impliquant plusieurs sources de production et plusieurs produits.

### **3.2.1 – Modèle utilisant les coûts de production et d'inventaire**

Ce modèle est particulièrement approprié lorsqu'il y a plusieurs sources de production (nous reviendrons sur la définition d'une source de production au chapitre suivant) ou d'approvisionnement pour un seul produit sur chacune des périodes de l'horizon de planification  $T$ . Il faut de plus (Johnson et al., 1974), que le coût variable unitaire de production soit constant sur tout l'horizon pour permettre l'utilisation d'un tel modèle. Le produit peut-être stocké d'une période à la suivante moyennant un coût de stockage unitaire connu. Aucune pénurie n'est envisageable et il n'y a pas non plus de considération pour les coûts fixes de production, ni pour les coûts associés au changement du taux de production des diverses sources de production. Chaque source de production a une capacité prédéterminée mesurée dans les mêmes unités que celles utilisées pour les conditions de la production. La formulation de ce problème est la suivante. Soit :

$D_t$  : la demande prévisionnelle de la période  $t$ , avec  $t = 1, 2, \dots, T$ ,

$m$  : nombre de sources de production disponible sur tout l'horizon considéré,

$P_{it}$  : capacité, en unité du produit, de la source  $i$  durant la période  $t$ , avec  $i = 1, 2, \dots, m$ ,

$X_{it}$  : quantité planifiée de production de la source  $i$  durant la période  $t$ ,

$c_{it}$  : coût variable unitaire de la source  $i$  durant la période  $t$ ,

$h_t$  : coût de stockage d'une UE de la période  $t$  à la période  $t + 1$ ,

$I_t$  : niveau de l'inventaire à la fin de la période  $t$ , une fois que la demande périodique est satisfaite.

En supposant que les unités obtenues durant une période peuvent être utilisées pour rencontrer les exigences de la demande de la même période, le problème sera de choisir  $X_{it}$  de manière à minimiser le coût total de production sur tout l'horizon de planification. La formulation du modèle mathématique est la suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^m (c_{it} X_{it}) + h_t I_t \right] \quad (27)$$

sujet à :

$$X_{it} \leq P_{it} \quad (27b)$$

$$I_t = I_{t-1} + \sum_{i=1}^m (X_{it}) - D_t \quad (27c)$$

$$X_{it} \geq 0 \quad (27d)$$

$$I_t \geq 0 \quad (27e)$$

Les indices  $i$  et  $t$  varient selon la description des variables de ce modèle. Ainsi la fonction « *objectif* » de l'équation (27) est la somme des coûts de production et de maintien sur toutes les périodes de l'horizon.

La contrainte (27c), représente les équations d'équilibre de matières qui associent les variables relatives à l'inventaire aux variables de production. Ces équations relient des

périodes temporelles successives et sont caractéristiques des modèles de planification de la production multi-périodes.

Une capacité de production non-négative est assurée par la contrainte (27d) alors que la contrainte (27e) impose la condition de non-acceptation des pénuries. Notez également qu'en plus des coûts, de la demande prévisionnelle et des différentes capacités de production, l'inventaire initial,  $I_0$ , doit être donné.

En redéfinissant nos variables décisionnelles, nous pouvons observer que ce problème a la même structure que le modèle de transport dont voici la formulation. Soit :

$y_{ijk}$  : le nombre d'unités à produire par la source  $i$  durant la période  $j$  pour répondre à la demande de la période  $k$ ,

$\gamma_{ijk}$  : coût variable unitaire de production de la source  $i$  durant la période  $j$  et mit en stock pour la période  $k$ , lorsqu'elle est utilisée,

Le coefficient de coût est :  $\gamma_{ijk} = c_{ij} + h_j + h_{j+1} + \dots + h_{k-1}$ , avec  $k \geq j$  et comme nous n'acceptons pas de pénuries avec  $y_{ijk} = 0$  pour  $k < j$ . Cela peut-être imposé dans une solution obtenue à l'aide d'un ordinateur en assignant, tout simplement, à  $\gamma_{ijk}$  une très grande valeur pour  $k < j$ . Le modèle de transport sera ainsi formuler de la manière suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^T \sum_{k=j}^T \gamma_{ijk} y_{ijk}$$

sujet à :

$$\sum_{k=j}^T y_{ijk} \leq P_{ij}, \text{ avec } (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, T)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k y_{ijk} = D_k, \text{ avec } (k = 1, 2, \dots, T)$$

$$y_{ijk} \geq 0$$

Cette formulation suppose qu'il n'y a pas d'inventaire initial et le programme débute à la première période de sorte que les valeurs de  $D_k$  soient les besoins réels en terme de demande prévisionnelle<sup>7</sup>.

Le modèle de transport peut être utilisé pour solutionner le programme optimal de production; cependant, une solution à coût minimum peut être obtenue immédiatement par le procédé suivant :

1. satisfaire à la demande de la première période par l'utilisation des sources à moindre coût,
2. ajuster les capacités en indiquant les montants restants après l'étape #1,
3. satisfaire à la demande de la seconde période en utilisant toujours les sources à moindre coût,
4. ajuster les capacités disponibles,
5. répéter les étapes # 3 et # 4 pour les périodes 3, 4, ..., T.

Soulignons cependant que ce procédé doit être modifié pour les problèmes où des pénuries sont permises. Malgré cela, il existe plusieurs situations où le modèle de transport n'est pas adéquat pour décrire le problème décisionnel à résoudre. Cela peut arriver dans le cas particulier où il existe un coût associé au changement du taux de production d'une période à la suivante. Nous décrirons la modélisation de ce problème dans la partie suivante.

### **3.2.2 – Modèle utilisant les coûts de changement du taux de production et l'acceptation des unités en pénuries**

Cette section présente une formulation générale de la programmation linéaire pour les problèmes de lissage (ou uniformité) de la production. Le modèle tient compte des pénalités dues à l'augmentation ou à la diminution du taux de production d'une période à la suivante et considère également le coût des pénuries. La formulation suivante concerne une

---

<sup>7</sup> Nous fournissons là un argument qui affirme que c'est l'utilisation optimale de n'importe quel inventaire initial (Johnson et al., 1974).

modélisation ne tenant compte que d'un seul produit et d'une seule source de production pour chacune des périodes de l'horizon. Les variables descriptives de ce modèle sont :

$X_t$  : la quantité à produire durant la période  $t$ , avec  $t = 1, 2, \dots, T$ ,

$I_t$  : inventaire net à la fin de la période  $t$ ,

$I_t^+$  : inventaire en « *main* » à la fin de la période  $t$ ,

$I_t^-$  : niveau des pénuries à la fin de la période  $t$ ,

$\Delta_t^+$  : augmentation du taux de production de la période  $(t-1)$  à  $t$ ,

$\Delta_t^-$  : diminution du taux de production de la période  $(t-1)$  à  $t$ ,

$c_t$  : coût variable unitaire de production durant la période  $t$ ,

$h_t$  : coût de maintien d'une unité en inventaire de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,

$\pi_t$  : coût unitaire d'acceptation d'une pénurie maintenue de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,

$\lambda_t$  : coût associé à l'augmentation du taux de production d'une unité de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ ,

$\omega_t$  : coût de diminution du taux de production d'une unité de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ ,

$P_t$  : taux de production maximum durant la période  $t$ ,

$D_t$  : demande prévisionnelle durant la période  $t$ .

Le problème consiste à choisir  $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$  de façon à minimiser la somme des coûts de production, des coûts relatifs à l'inventaire et aux changements du taux de production et ce, durant tout l'horizon de planification.

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T [c_t X_t + h_t I_t^+ + \pi_t I_t^- + \lambda_t \Delta_t^+ + \omega_t \Delta_t^-] \quad (28)$$

sujet à (quel que soit  $t = 1, 2, \dots, T$ )

$$I_t = I_{t-1} + X_t - D_t \quad (28b)$$

$$I_t = I_t^+ - I_t^- \quad (28c)$$

$$X_t = X_{t-1} + \Delta_t^+ - \Delta_t^- \quad (28d)$$

$$X_t \leq P_t \quad (28e)$$

$$X_t \geq 0 \quad (28f)$$

$$I_t^+ \geq 0 \quad (28g)$$

$$I_t^- \geq 0 \quad (28h)$$

$$\Delta_t^+ \geq 0 \quad (28i)$$

$$\Delta_t^- \geq 0 \quad (28j)$$

Notons que l'inventaire net,  $I_t$ , n'est pas contraint par la nature de son signe et est défini, dans l'équation (28c), par la différence des deux variables non négatives  $I_t^+$  et  $I_t^-$ . Le niveau de l'inventaire initial,  $I_0$ , doit être donnée afin de formuler (28b) correctement pour ( $t = 1$ ). De plus, on remarque que les équations (28b) et (28d) peuvent être réécrites de la façon suivante :

$$I_t = I_0 + \sum_{k=1}^t (X_k - D_k) \quad (28k)$$

$$X_t = X_0 + \sum_{k=1}^t (\Delta_k^+ - \Delta_k^-) \quad (28l)$$

S'il est souhaitable d'utiliser l'une des deux (2) équations ci-dessus, le nombre de variables dans ce modèle pourraient être réduits par l'usage des équations (28k) et (28l) pour éliminer  $X_t$  et  $I_t$ , ainsi nous exprimerons le problème de planification de la production en terme des variables  $\{\Delta_t^+, \Delta_t^-, I_t^+, I_t^-\}$ .

### 3.2.3 – Modèle utilisant le niveau de la main-d'œuvre et le temps supplémentaire

Dans une situation similaire à celle exposée à la section §3.2.2, supposons maintenant que la capacité périodique est une fonction qui dépend du niveau de la main-d'œuvre au cours de la période considérée et qu'un coût est associé à tout changement du niveau de la main-d'œuvre. Il n'y a pas de coût relatif au changement du taux de production car, il peut nous être totalement inconnu. Cependant, il est possible de produire à temps supplémentaire lorsque la capacité de production en temps régulier, en terme du niveau de la main-d'œuvre, est excédée par rapport à la planification préétablie. Les coûts de production sont plus élevés en temps supplémentaire par rapport au temps régulier; de plus, le modèle accepte les pénuries. La modélisation de ce problème LP est sujette à la définition des variables suivantes :

- $W_t$  : niveau de la main-d'œuvre à la période  $t$ , mesuré en heure-homme (HH) à temps régulier,
- $\omega_t^+$  : augmentation du niveau de la main-d'œuvre de la période  $(t-1)$  à la période  $t$  (en HH),
- $\omega_t^-$  : diminution du niveau de la main-d'œuvre de la période  $(t-1)$  à la période  $t$  (en HH),
- $O_t$  : temps supplémentaire planifié pour la période  $t$  (en HH),
- $U_t$  : temps inutilisé (ou temps d'inoccupation des ressources de production) durant la période  $t$  (en HH),
- $X_t$  : production planifiée à la période  $t$  (en unité du produit générique considéré),
- $m$  : nombre d'heure-homme (HH) requis pour produire une (1) unité du produit,
- $c_t$  : coût variable unitaire, excluant les coûts de la main-d'œuvre, des produits fabriqués à la période  $t$ ,
- $l_t$  : coût d'une (1) heure-homme (HH) de travail à temps régulier à la période  $t$ ,



$l'_t$  : coût d'une (1) heure-homme (HH) de travail à temps supplémentaire à la période  $t$ ,

$e_t$  : coût pour augmenter le niveau de la main-d'œuvre d'une (1) heure-homme (HH) dans la période  $t$ ,

$e'_t$  : coût pour diminuer le niveau de la main-d'œuvre d'une (1) heure-homme (HH) dans la période  $t$ ,

Les variables  $I_t$ ,  $I_t^+$ ,  $I_t^-$ ,  $h_t$ ,  $\pi_t$  et  $D_t$  demeurent les mêmes par rapport au modèle de la section précédente.

Dans ce modèle, le problème consiste à choisir le niveau adéquat de la main-d'œuvre, celui de la production et enfin, le niveau de l'inventaire qui minimisent la somme des coûts totaux, c'est-à-dire les coûts d'utilisation de la main-d'œuvre, les autres coûts de production dont ceux reliés à l'inventaire et au changement du niveau de la force de travail. La formulation mathématique de ce modèle sera :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T [c_t X_t + l_t W_t + l'_t O_t + h_t I_t^+ + \pi_t I_t^- + e_t \omega_t^+ + e'_t \omega_t^-] \quad (29)$$

sujet à (pour tout  $t = 1, 2, \dots, T$ )

$$I_t = I_{t-1} + X_t - D_t \quad (29b)$$

$$I_t = I_t^+ - I_t^- \quad (29c)$$

$$W_t = W_{t-1} + \omega_t^+ - \omega_t^- \quad (29d)$$

$$O_t - U_t = m X_t - W_t \quad (29e)$$

$$X_t \geq 0 \quad (29f)$$

$$I_t^+ \geq 0 \quad (29g)$$

$$I_t^- \geq 0 \quad (29h)$$

$$W_t \geq 0 \quad (29i)$$

$$\omega_t^+ \geq 0 \quad (29j)$$

$$\omega_t^- \geq 0 \quad (29k)$$

$$O_t \geq 0 \quad (29l)$$

$$U_t \geq 0 \quad (29m)$$

De cette modélisation, nous ferons les remarques suivantes :

1. De l'équation (29b), nous déduisons que  $I_t = I_0 + \sum_{k=1}^t (X_k - D_k)$  peut-être substituée dans l'équation (29c) pour une nouvelle valeur de  $I_t$  et permettre ainsi de réduire les contraintes,
2. De même pour l'équation (29d), nous procéderons à la substitution suivante :  $W_t = W_0 + \sum_{k=1}^t (\omega_k^+ - \omega_k^-)$ , que nous pouvons prendre pour éliminer la variable  $W_t$  et pouvoir, du même coup, réduire le nombre de variables,
3. Pour définir la relation entre la variable du temps supplémentaire,  $O_t$ , celle du niveau de la main-d'œuvre,  $W_t$ , et celle relative à la production,  $X_t$ , on doit introduire une nouvelle variable, notée  $U_t$ , qui représente le temps inutilisé (ou d'inoccupation) des ressources,
4. Le niveau de la main-d'œuvre initial,  $W_0$ , de même que le stock initial,  $I_0$ , doivent être donnés pour permettre d'effectuer la planification,
5. Les caractéristiques de modélisation de ce modèle LP nous imposent de limiter la capacité en temps supplémentaire par une fraction, notée  $\theta$ , par rapport à la capacité à temps régulier. De cette façon, nous ajoutons la contrainte suivante :  $O_t - U_t \leq \theta W_t$ , pour tout  $t = 1, 2, \dots, T$ .

C'est de cette façon que nous définirons la formulation de base pour la mise en place des modèles mathématiques utilisant l'approche LP comme outil de résolution.

Dans les prochaines sections, nous aborderons sommairement la méthodologie des problèmes de lissage (ou d'uniformité) de la production pour nous étendre plus longuement sur les modèles multi-produits dont certains seront des références essentielles à la compréhension du prochain chapitre qui aborde la nature première de notre sujet de recherche.

### 3.3 – Modèles de lissage de la production et du niveau de la main-d'œuvre

Dans un certain sens, chacun des modèles que nous allons présenter peut être associé à des problèmes de lissage de la production (Johnson et al., 1974). Cette affirmation est amplifiée à cause du fait que ces modèles impliquent une compensation entre les coûts de production et les coûts relatifs au maintien en inventaire et donnent comme résultat, la détermination optimale du niveau de production pour chaque période considérée de l'horizon de planification ou encore, ils donnent une indication sur le changement optimal de l'uniformité de la production d'une période à l'autre. Il est important de faire cette précision car typiquement, le terme « *lissage de la production* », est souvent associé aux modèles qui incluent explicitement les coûts relatifs aux changements du niveau de production d'une période à la suivante. De tels coûts se nomment généralement des « *coûts de lissage* ». Le modèle représenté par l'ensemble des équations (28) du paragraphe §3.2.2 est un exemple de formulation LP d'un problème de lissage de la production où nous supposons que les coûts d'augmentation et de diminution de la cadence de fabrication sont des fonctions linéaires relatives à ces changements.

Il existe une classe de problèmes concernés aussi bien par la planification de capacité que par les décisions prises au niveau de la production sur toute l'étendue de l'horizon de planification. La capacité est une fonction qui dépend du niveau de la main-d'œuvre, de la quantité des machines et de la disponibilité des équipements. Puisque la capacité est habituellement une variable à court terme, il est parfois plus commode d'identifier ces problèmes comme « *des problèmes de lissage de la main-d'œuvre* » ou encore comme des problèmes de production et de lissage de la main-d'œuvre. La

modélisation du problème de la section §3.2.3 par l'ensemble des équations (29), illustre l'amalgame des coûts de changement du niveau de la main-d'œuvre dans un problème de planification de la production. De plus, ce modèle contient des coûts d'embauche et de licenciement dans la structure de sa fonction objective et exprime, aussi, la capacité de production en fonction du niveau de la main-d'œuvre dans certaines de ses contraintes. Les variables décisionnelles sont la taille ou l'effectif de la main-d'œuvre ainsi que le taux de production de chacune des périodes considérées dans l'horizon de planification.

Jusqu'alors, nous parlions seulement des modèles LP ayant à élaborer des programmes de production pour un seul produit fait à l'interne par la firme. Dans la planification globale de la production, ces modèles sont appropriés pour l'une des trois (3) situations suivantes :

1. Il n'y a qu'un produit impliqué dans le processus de production,
2. Il existe de multiples produits dans le procédé de fabrication/transformation seulement, à cause de la disponibilité des ressources et du procédé de production, il n'est pas possible de planifier la production de plus d'un produit simultanément,
3. Dans ce dernier cas, plusieurs items peuvent être produit à l'interne, mais pour répondre ou résoudre le problème décisionnel auquel la firme peut-être confrontée, il est suffisant de faire une planification globale ou combinée sans indiquer les quantités à produire de chacun des produits.

Aussi, lorsqu'il faut prendre des décisions relatives à la capacité de production et plus exactement au niveau de la main-d'œuvre, nous faisons toujours allusion aux problèmes de lissage nommés «*Planification globale de la production*» dans la littérature courante.

Dans un problème de planification globale, il y a une seule variable de production représentant la production totale de tous les produits. Cela signifie qu'il doit y avoir une certaine uniformité au niveau des unités de mesure servant d'indicateurs à la sortie du système de production telles que des tonnes pour une aciérie, des barils pour une raffinerie,

des heures-machine pour un atelier travaillant à la demande ou encore des heures-homme pour une firme de maintenance.

La solution obtenue de la résolution d'un modèle global établit la capacité et le niveau global de production pour chaque période de l'horizon considéré. Naturellement, il est nécessaire de suivre cela avec un procédé décisionnel à deux (2) étapes minimales utilisant la sortie du modèle global comme contraintes pour déterminer les quantités de production des différents produits. Cette approche à deux (2) étapes pour la planification de la production et pour le niveau de la main-d'œuvre résulte en une solution qui donne des résultats légèrement inférieurs à ceux obtenus en combinant les variables décisionnelles relatives à la quantité de production et au niveau de la main-d'œuvre (Johnson et al., 1974). L'illustration de ce fait sera la mise en place du modèle utilisant l'approche de la section §3.2.3 mais en le rendant multi-produits. L'inconvénient principal de cette approche multi-produits sur la planification globale est la difficulté des calculs mathématiques résultant de la taille du modèle à résoudre. Mais, avec l'avancée significative de la vitesse des ordinateurs, les améliorations des logiciels de programmation mathématique font rapidement disparaître cet inconvénient.

### 3.3.1 – Modèle utilisant les coûts de changement de la cadence de production

Pour fournir une représentation globale du problème de lissage de la production, soit le modèle de programmation dynamique suivant :

$$f_t(I, X) = \min_{X_t \geq 0} [K_t(X_t, I_t, X) + f_{t+1}(I_t, X_t)]$$

où :

$$I_t = I + X_t - D_t$$

$f_t(I, X)$  représente les coûts minimums accessibles durant les périodes  $t, t+1, \dots, T$  lorsque l'inventaire net au début de la période  $t$  est  $I$  et le niveau de production durant la période  $(t-1)$  était  $X$ .

$K_t(X_t, I_t, X_{t-1})$  représente les coûts de production, d'inventaire, de pénuries et les changements de taux de production durant la période  $t$ . Cette fonction dépend du taux de production de la période  $t$  et de la période  $(t-1)$ , mais elle dépend également de la quantité des stocks finaux de la période  $t$ .

Ce modèle dont les deux (2) variables d'état,  $I_{t-1}$  et  $X_{t-1}$ , peuvent considérablement augmenter la complexité arithmétique par rapport à un modèle qui ne contient qu'une variable d'état sans pour autant utiliser des coûts de lissage. Finalement, nous pourrions écrire :

$$K_t(X_t, I_t, X_{t-1}) = C_t(X_t) + H_t(I_t) + V_t(X_t, X_{t-1})$$

Où nous assumons que les coûts de production, d'inventaire et de lissage sont séparables. La fonction des coûts de lissage, notée  $V_t$ , est définie comme égale à zéro (0) lorsque  $X_t = X_{t-1}$  sinon, elle est non négative. Il est possible, mais improbable, que  $V_t$  dépende du taux de production  $X_{t-1}$ ; si c'est le cas, cette fonction devrait être structurée pour tenir compte de cette dépendance.

Finalement il existe, dans la littérature (Johnson et al., 1974), une gamme de modèles fonctionnels utilisant les coûts de lissage; ce sont :

$$V_t(X_t, X_{t-1}) = \lambda_t |X_t - X_{t-1}| \quad (30)$$

$$V_t(X_t, X_{t-1}) = \lambda_t (X_t - X_{t-1})^+ + \lambda'_t (X_t - X_{t-1})^- \quad (30b)$$

$$V_t(X_t, X_{t-1}) = \lambda_t (X_t - X_{t-1})^2 \quad (30c)$$

$$V_t(X_t, X_{t-1}) = \begin{cases} v_t, & \text{si } X_t > 0 \text{ et } X_{t-1} = 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (30d)$$

$$V_t(X_t, X_{t-1}) = \begin{cases} v_t, & \text{si } X_t > 0 \text{ et } X_{t-1} = 0 \\ v'_t, & \text{si } X_t = 0 \text{ et } X_{t-1} > 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (30e)$$

Les équations (30) et (30b) se prêtent bien à la formulation LP. L'équation (30c) est une fonction simplement convexe qui assume que ce modèle quadratique représente l'augmentation des changements des coûts marginaux. L'équation (30d) représente les coûts de démarrage du modèle. Dans ce cas, le coût  $v_t$  se produit durant la période  $t$  si et seulement si la production débute durant cette même période et non à la période  $(t-1)$ . Ce coût s'ajoute au coût de production  $C_t(X_t)$  qui peut englober les coûts de mise en course (set-up), notés  $A_t$  qui eux, sont indépendants de  $X_{t-1}$ . Enfin, l'équation (30e) est un modèle apparenté au modèle précédent [voir l'équation (30d)] qui inclut des coûts de fin de production, contrairement au coût de mise en production de l'équation (30d).

Lorsque le problème de planification globale de la production peut-être formulé comme un modèle LP, il est possible de le résoudre par une procédure efficace et efficiente. Cependant, lorsque  $V_t$  est une fonction non linéaire, cette méthode de résolution est inefficente. Les méthodes de programmation dynamique ne sont pas très attrayantes à cause de la présence des deux (2) variables d'état indispensables à leur modélisation. Mais il existe des algorithmes capables de résoudre un petit nombre de cas spéciaux.

### **3.3.2 – Modèle utilisant les coûts de changement du niveau de la main-d'œuvre**

Il existe des approches à la planification de la production lorsque les décisions prises impliquent le choix du niveau de la main-d'œuvre. La plupart de ces modèles incluent la modélisation mathématique qui se compose d'une fonction objective économique, des contraintes appropriées et d'une solution au modèle résolu par les méthodes d'optimisation ou par des procédures de recherche assistées par ordinateur. Cependant, quelques précurseurs, dans ce domaine, ont intentionnellement évité cette approche et ils ont plutôt développé des règles décisionnelles basées en partie sur des considérations subjectives et logiques. Dans cette section, nous décrirons brièvement

certaines des meilleures approches mathématiques connues et omettrons volontairement les approches heuristiques.

L'une des premières études, et aussi l'une des plus connues, est celle du problème du lissage de la production mise en place par Holt et al. (Holt et al., 1960) que nous avons décrite à la section §2.2.2 et que nous ne réécrivons pas pour alléger la structure rédactionnelle de ce mémoire. Rappelons cependant la définition et certains coûts utiles à la compréhension de ce modèle.

1.  $W_t$  est le niveau de la main-d'œuvre (en terme du nombre d'employés) à la période  $t$ , avec  $t=1,2,\dots,T$
2.  $X_t$  est le taux de production global dans la période  $t$ ,
3.  $I_t$  représente l'inventaire global net actuel à la fin de la période  $t$ ,
4.  $I_t^*$  est l'inventaire global net (désiré) à la fin de la période  $t$ ,
5.  $Z$  représente les coûts totaux durant l'horizon de planification. Ce sont les coûts associés au niveau de la main-d'œuvre, aux changements de la force de travail, au temps supplémentaire, au maintien des stocks, aux unités en pénuries et aux temps de mise en course (set-up),
6. les coûts associés aux salaires à temps régulier :  $c_1 W_t + C_{13}$ ,
7. les coûts relatifs aux changements du niveau de la main-d'œuvre :  $c_2 (W_t - W_{t-1} - C_{11})^2$ ,
8. les coûts engendrés par le recours d'une production à temps supplémentaire :  $c_3 (X_t - c_4 W_t)^2 + c_5 X_t - c_6 W_t + c_{12} X_t W_t$ ,
9. les coûts relatifs au maintien de l'inventaire :  $c_7 (I_t - I_t^*)^2 = c_7 (I_t - c_8 - c_9 D_t)^2$ ,

Le modèle mathématique de l'équation (8) de la section §2.2.2 s'écrira au complet de la manière suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T [c_1 W_t + c_{13} + c_2 (W_t - W_{t-1} - c_{11})^2 + c_3 (X_t - c_4 W_t)^2 + c_5 X_t - c_6 W_t + c_{12} X_t W_t + c_7 (I_t - c_8 - c_9 D_t)^2]$$

sujet à :



$$I_t = I_{t-1} - X_t - D_t \quad (\forall t = 1, 2, \dots, T)$$

$$W_1^* = \sum_{t=1}^T \lambda_t D_t + \rho_1 W_0 + \rho_2 I_0 + \rho_3$$

$$X_1^* = \sum_{t=1}^T \alpha_t D_t + \beta_1 W_0 + \beta_2 I_0 + \beta_3$$

Notons que ce modèle contient seulement des contraintes d'équilibre du niveau de l'inventaire et qu'il ne limite pas le niveau de la main-d'œuvre, ni la capacité du temps supplémentaire. De plus,  $I_0$  et  $W_0$ , dans les deux dernières équations du modèle, représentent l'inventaire actuel net et le niveau de la main-d'œuvre, respectivement. Les coefficients  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\lambda_t$  et  $\rho_t$  sont des constantes qui dépendent des paramètres  $c_t$  présents dans le modèle.

Hansmann et Hess (1960) donnent une formulation du problème de lissage de la production, résolu par la programmation mathématique, qui met en parallèle le modèle de décision linéaire «*HMMS*» (Holt et al., 1960). Ce modèle est très semblable au modèle de la section §3.2.3 représenté par l'ensemble des équations (29).

De son côté, Taubert (1968) développa et testa des méthodes de recherche en focalisant sur des procédures qui optimisent les modèles de programmation mathématique non linéaires comme l'équation quadratique ci-dessus (§3.3.2). Dans un problème typique de planification, l'horizon de planification sera de huit (8) à dix huit (18) mois de sorte qu'il existera finalement une vingtaine de variables décisionnelles. Pour un problème de cette taille, les algorithmes peuvent converger assez rapidement et trouver une bonne solution sans pour autant garantir une solution optimale. L'avantage de cette approche est son applicabilité aux modèles non linéaires pour lesquels aucun procédé mathématique efficace de résolution ne peut être trouvé. Par contre, son inconvénient majeur est que ce procédé de recherche peut se terminer dans un optimum local, sensiblement et même très probablement différent de l'optimum global. Taubert enregistra cependant d'excellents résultats avec cette méthodologie.

Lippman, Rolfe, Wagner et Yuan (1967) ont quant à eux considéré des approches mathématiques au lissage de la main-d'œuvre lorsqu'il existe la possibilité que la variation du niveau de la main-d'œuvre soit une fonction linéaire. Dans leur article, ils caractérisent la politique optimale en considérant des coûts convexes de production, d'augmentation d'inventaire et d'augmentation ou de diminution d'une demande monotone. Dans un autre article<sup>8</sup>, ils donnent des algorithmes de résolution et obtiennent des résultats sur un horizon de planification en considérant les coûts comme des fonctions linéaires et l'augmentation ou la diminution d'une demande monotone.

Il existe, enfin, d'autres approches de modélisation mathématique dont le modèle des coefficients de gestion préalablement cité (§2.2.4) ou celle de la planification paramétrique de la production.

### **3.4 – Modèles de programmation linéaire diversifiés**

Jusqu'alors, nous avons focalisé sur les modèles à un seul article, y compris les modèles où il y avait la possibilité de planifier pour plus d'un produit. Cependant, les modèles rencontrés établissaient une planification globale sans tenir compte de l'existence de plusieurs produits réalisés à l'interne de la firme. Dans cette section, nous nous étendrons sur l'analyse des situations où il nous faudra développer des programmes de fabrication pour chaque produit ou famille de produits d'une compagnie. Comme il y a, en général, partage des installations physiques, de la main-d'œuvre et des matériaux, nous les considérerons donc conjointement plutôt que séparément comme c'était le cas jusqu'à maintenant. Nous verrons donc rapidement quelques exemples de modélisation linéaire multi-produits aussi appelés modèles de programmation linéaire diversifiés.

Il est facile d'étendre des modèles LP simples (section §3.2) dans des cas de programmation linéaire multi-produits. Essentiellement, nous incorporons les caractéristiques du mixte de produit à des problèmes de sélection des procédés de

---

<sup>8</sup> LIPPMAN, S. A., ROLFE, J. A., WAGNER, H. M. and YUAN, S. C. (1967). Algorithm for optimal production scheduling and employment smoothing. *Operations Research*, 15 (6), pp. 1011-1029.

fabrication décrits lors des précédentes sections. Les composants des modèles de base sont les suivants :

1. La présence d'équations d'équilibre au niveau de l'inventaire pour chacun des produits de la firme durant des périodes successives,
2. L'existence des contraintes de capacité pour que chacune des périodes de l'horizon représentent des limitations de ressources.

Nous montrons maintenant quelques exemples qui illustrent les approches de modélisation pour réaliser la formulation mathématique des caractéristiques les plus importantes dans des problèmes LP diversifié. L'exemple no. 4, montre la modélisation du programme de production pour une firme utilisant des contraintes liées aux ressources et produisant du multi-produits sur de nombreuses périodes. L'exemple no. 5, quant à lui, est un modèle de planification de la production focalisant sur le niveau de la main-d'œuvre.

#### Exemple no. 4

*Supposons qu'une firme produise  $n$  items, et que les besoins périodiques sur un horizon de planification de  $T$  périodes, sont connus pour chaque item. Soit  $D_{it}$ , la demande de l'item  $i$  durant la période  $t$ . Le problème de décision que nous aurons à solutionner consiste à déterminer les  $X_{it}$  qui représentent la production de l'item  $i$  durant la période  $t$ . Ce programme de production déterminera également l'inventaire net, noté  $I_{it}$ , de chaque item  $i$  à la fin de chacune des périodes de l'horizon considéré.*

*Supposons aussi qu'il existe  $K$  ressources utilisées durant la production et que  $b_k$  représente la quantité du type de ressources  $k$  ( avec  $k = 1, 2, \dots, K$  ) disponibles pour les besoins de la production au cours des périodes  $t$  ( avec  $t = 1, 2, \dots, T$  ). Dans ce modèle, nous supposerons qu'aucune des ressources inutilisées durant la période  $t$  ne sera reportées pour augmenter la quantité disponible des ressources de la période  $t+1$ . Ce sera, certainement, le cas pour les ressources telles que les HH (heures-homme), les*

heures-machine, la capacité d'entreposage ou encore le fond de roulement de l'exploitation de la charge de travail. Cependant, si la ressource est une matière première limitée en quantité par nos fournisseurs ou une quantité donnée du capital disponible pour les investissements fixes, il sera alors possible de la déporter d'une période à la suivante. Soit  $a_{ik}$ , la quantité des ressources  $k$  requises pour la production d'une unité du produit (ou de l'item)  $i$ . Les coûts de production, d'inventaire et de pénuries sont considérés comme étant proportionnels et déterminés selon la fonction objective suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T [c_{it} X_{it} + h_{it} I_{it}^+ + \pi_{it} I_{it}^-] \quad (31)$$

C'est une fonction qui minimise les coûts selon le meilleur choix des variables  $X_{it}$  et selon les contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^n a_{ik} X_{it} \leq b_{kt} \quad (31b)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + X_{it} - D_{it} \quad (31c)$$

$$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^- \quad (31d)$$

$$X_{it} \geq 0, I_{it}^+ \geq 0, I_{it}^- \geq 0 \quad (31e)$$

$$\forall i=1,2,\dots,n; \forall k=1,2,\dots,K \text{ et } t=1,2,\dots,T$$

Notons que les contraintes (31b) expriment l'interdépendance des items produits, tandis que les contraintes (31c), (31d) et (31e) s'adressent aux items individuels  $i$ . Pour généraliser le problème, il faudra ajouter les deux (2) autres contraintes suivantes :

$$L_{it}^* \leq I_{it} \leq L_{it} \quad (31f)$$

$$P_{it}^* \leq X_{it} \leq P_{it} \quad (31g)$$

où  $P_{it}'$  et  $P_{it}$  sont des variables non négatives avec  $L_{it} \geq 0$  et  $L_{it}' \leq 0$ .

#### Exemple no. 5

Cet exemple final sur les modèles de programmation linéaire additionnera les décisions relatives au niveau de la main-d'œuvre à la situation décrite dans l'exemple précédent. C'est une extension du modèle de la section §3.2.3 au cas multi-produits. Soient les variables suivantes :

$W_t$  : niveau de la main-d'œuvre durant la période  $t$ , mesuré en heures-homme à temps régulier,

$\omega_t^+$  : augmentation du niveau de la main-d'œuvre de la période  $(t-1)$  à  $t$ ,

$\omega_t^-$  : diminution du niveau de la main-d'œuvre de la période  $(t-1)$  à  $t$ ,

$O_t$  : temps supplémentaire planifié durant la période  $t$ , mesuré en heures-homme,

$U_t$  : Temps inutilisé (ou d'inoccupation) planifié durant la période  $t$  et mesuré en heures-homme,

$X_{it}$  : production de l'item  $i$  durant la période  $t$ ,

$m_i$  : nombre d'heures-homme requis pour produire une (1) unité du produit  $i$ ,

$c_{it}$  : coût variable unitaire, excluant la quantité de travail, du produit  $i$  usiné durant la période  $t$ ,

$l_t$  : coût d'une (1) heures-homme de travail à temps régulier,

$l_t'$  : coût d'une (1) heures-homme de travail à temps supplémentaire,

$e_t$  : coût pour augmenter d'une heure-homme le niveau de la main-d'œuvre,

$e_t'$  : coût pour diminuer d'une heure-homme le niveau de la main-d'œuvre,

$\theta$  : ratio de la capacité du temps supplémentaire par rapport au temps régulier mesuré en heures-homme.

L'objectif de cette fonction est la suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[ l_t W_t + l_t O_t + e_t \omega_t^+ + e_t \omega_t^- + \sum_{i=1}^n (c_{it} X_{it} + h_{it} I_{it}^+ + \pi_{it} I_{it}^-) \right] \quad (32)$$

sujet à :

$$b_{kt} \leq \sum_{i=1}^n a_{ik} X_{it} \leq b_{kt} \quad (32b)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + X_{it} - D_{it} \quad (32c)$$

$$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^- \quad (32d)$$

$$L_{it} \leq I_{it} \leq L_{it} \quad (32e)$$

$$P_{it} \leq X_{it} \leq P_{it} \quad (32f)$$

$$W_t = W_{t-1} + \omega_t^+ - \omega_t^- \quad (32g)$$

$$O_t - U_t = \sum_{i=1}^n (m_i X_{it}) - W_t \quad (32h)$$

$$O_t - U_t \leq \theta W_t \quad (32i)$$

$$W_t, \omega_t^+, \omega_t^-, O_t, U_t, X_{it}, I_{it}^+, I_{it}^- \geq 0 \quad (32j)$$

## **4 – MODÈLES UTILISÉS PAR L'APPLICATION PIAO**

La planification intégrée en elle-même, n'est donc pas une tâche facile à concevoir. La diversité des approches existantes n'aide pas non plus à faciliter le travail des gestionnaires et des concepteurs d'outils informatiques. L'environnement turbulent, la compétitivité et la mondialisation dans laquelle œuvrent ces entreprises manufacturières constituent les raisons essentielles et suffisantes pour justifier la réalisation d'outils d'aide à la prise de décision telle que l'application PIAO (Planification Intégrée Assistée par Ordinateur) que nous vous présentons dans ce mémoire.

Nous amorcerons ce chapitre par une introduction globale, ensuite nous poursuivrons par la présentation des objectifs de recherche et finalement, nous terminerons par un aperçu des modèles mathématiques LP dont l'application PIAO se sert pour solutionner les problèmes de planification intégrée.

### **4.1 – Introduction**

Comme nous l'avons défini plus tôt, voir §1.1, la planification intégrée vise à déterminer les meilleurs moyens de satisfaire à la demande mensuelle, compte tenu du plan global, des politiques de l'entreprise et des prévisions (Nollet et al., 1986).

En d'autres mots, en programmation intégrée, nous tenterons de répondre à un certain nombre de questions importantes telles que : Est-il possible de résorber les fluctuations de la demande en variant l'utilisation de l'effectif ouvrier ? Est-il préférable de stocker des produits finis ? Est-il raisonnable d'avoir recours à la sous-traitance ? Quel est le coût et quelles sont les conséquences des différentes options envisagées ?

La planification intégrée consiste à déterminer le plan intégré qui permet de minimiser les coûts tout en respectant un certain nombre de contraintes. Ces contraintes

concernent les ressources à utiliser, la main-d'œuvre, la sous-traitance, le temps partiel et le temps supplémentaire.

Rappelons qu'un système de production est efficace s'il produit un maximum d'items avec la main-d'œuvre disponible actuellement sur le plancher de production, alors que l'efficacité de ce même système de production, se rapporte à la méthodologie de production, c'est-à-dire si les employés fabriquent le bon item avec la bonne matière première, au bon moment, en respectant la meilleure procédure de fabrication et surtout que l'item réponde aux normes de quantités, de qualités et de fiabilité prédéterminées.

Or, le passage en revue des cinq (5) méthodes les plus utilisées dans la mise en place d'un modèle de plan intégré, nous montre le degré de complexité que cette tâche requiert. De plus, avant l'avènement de l'ordinateur, les plans intégrés complexes posaient de multiples problèmes aux gestionnaires, entre autres le temps requis pour effectuer les calculs. Ils se limitaient parfois même à l'examen de quelques options, risquant du même coup de négliger d'autres options beaucoup plus intéressantes (Nollet et al., 1986).

Aujourd'hui, non seulement les calculs sont effectués beaucoup plus rapidement qu'il y a quelques années, mais le développement de logiciels utiles à la programmation intégrée (cadre dans lequel s'inscrit l'application PIAO) facilite grandement leur emploi qui, est d'ailleurs de plus en plus répandu. Grâce à l'informatique, même les organisations de faible taille ont la possibilité de planifier leurs activités à un coût raisonnable, compte tenu de leurs ressources. Au stade actuel, l'informatique permet l'utilisation de nombreux modèles, méthodes et algorithmes en programmation intégrée.

## **4.2 – Objectifs généraux de recherche**

Les modèles de planification intégrée existent depuis le milieu du siècle dernier (XX<sup>e</sup>) avec des pionniers comme Holt et al. (1955, 1956, 1960) qui se sont intéressés à leurs représentations formelles. Au cours des années 1950, notamment en 1955, ils ont



produit un article dans lequel ils établissaient les règles de décision linéaire (LDR) pour la mise en place de la planification globale en focalisant sur le niveau de la production et celui de la main-d'œuvre. Par la suite, ils s'associèrent à F. Muth et publièrent un livre en 1960 qui devint la référence pour tous les problèmes de planification globale ayant la programmation linéaire comme outil de résolution.

PIAO est une application flexible, capable de répondre aux besoins croissants de la PME québécoise et qui se caractérise par une gestion plus rigoureuse de la mise en production et répond à une demande souvent saisonnière.

La demande saisonnière est considérée comme un facteur clé dans l'application PIAO. Nous avons, par ailleurs, retenu d'autres aspects comme étant des principes fondamentaux de travail qui cadraient avec les objectifs de cette recherche.

1. PIAO tient compte du facteur saisonnier comme exigence particulière de l'industrie manufacturière québécoise,
2. Les coûts dont nous tiendrons compte dans cette application sont considérés comme des fonctions linéaires des variables prédéterminées. Par conséquent, le problème de planification intégrée de la production sera formulé comme un modèle mathématique LP dont les contraintes sont également linéaires,
3. PIAO est conçue pour optimiser la planification intégrée multi-sources de production (nous y reviendrons), multi-périodes et multi-produits,
4. Le logiciel a été développé sous environnement Windows avec Microsoft Visual FoxPro (1995, 1996, 1998) et optimise le programme de planification intégrée selon l'utilitaire LINDO (Schrage, 1991).

#### **4.3 – Modèles mathématiques utilisés par l'application PIAO**

Le plan intégré, dans l'organigramme hiérarchique présenté à la figure 2, se situe au début du processus de planification et demande une certaine abstraction des notions telles que les temps et coûts associés au set-up qui, eux sont associés à l'ordonnancement,

dernière étape étroitement reliée à la planification des besoins en matière (MRP). Il repose sur le fait que la planification est davantage un processus de prise de décision éclairée qu'un processus d'optimisation. En effet, même si certaines méthodes fournissent une réponse optimale, il n'en demeure pas moins que les conditions réelles différeront des conditions du programme; en conséquence, l'optimalité ne sera plus la même (Nollet et al., 1986).

Comme nous l'avons préalablement dit, le plan intégré ne permet des comparaisons que sous forme d'unités équivalentes. C'est à ce niveau global, loin du degré de détail de l'ordonnancement, que l'on tente de satisfaire aux critères de coûts, de rentabilité, de stabilité de la main-d'œuvre, etc. La planification intégrée sert donc de guide au PDP qui, lui, rend opérationnel le plan intégré.

#### **4.3.1 – Sources de production**

Dans ce mémoire, nous considérons qu'une source de production se définit comme une caractéristique utilisée lors de la production d'un item donné, durant l'une des périodes (ou durant toutes les périodes) de l'horizon de planification.

Généralement, l'utilisation d'une source de production quelconque répond à l'objectif de satisfaire aux besoins de la demande prévisionnelle. Dans le jargon du domaine, nous dirons que le gestionnaire tentera, dans cette étape, de faire varier le taux de production pour répondre aux fluctuations possibles de la demande ou pour tout simplement rencontrer les exigences des consommateurs. Rappelons que d'après le tableau 2 de la section §2.1, la variation du taux de production représente la 3<sup>e</sup> caractéristique d'un système de production (Nollet et al., 1986).

Nous sommes souvent portés à croire que le gestionnaire a tendance à adapter le taux de production à la satisfaction nécessaire de la demande. Ce n'est souvent pas le cas,

car il peut aussi le faire pour influencer la demande. Cependant, dans l'un ou l'autre des cas, il dispose de plusieurs options pour adapter le taux de production ( voir tableau 9).

Tableau 9 : Principales options en programmation intégrée

DEMANDE	SYSTÈME DE PRODUCTION	
	PRODUITS ET COMPOSANTS	MAIN-D'ŒUVRE
Influence de la demande	Variation des stocks	Variation de l'effectif
Modification de la gamme de produit	Sous-traitance	Temps inoccupé
Satisfaction partielle de la demande	Commandes en souffrance	Heures supplémentaires

Prenons un exemple. Si satisfaire à la demande entraîne des coûts de production trop élevés, la direction peut confier au service du marketing la responsabilité d'influencer cette demande : les variations de prix et les campagnes promotionnelles sont deux (2) moyens fréquemment utilisés à cette fin et illustrent le caractère systémique des décisions et des actions prises par les gestionnaires d'une entreprise.

Il est également possible de modifier la gamme de produits afin de stabiliser davantage le volume de production. Par exemple, l'introduction d'un produit « contre-cyclique » compatible avec le système de production existant dans une entreprise peut permettre d'atteindre cet objectif.

Cependant, dans le cas où l'on déciderait d'accepter la demande, il est alors possible de tenter de la satisfaire de différentes façons. Ainsi, durant les périodes précédant une forte demande, il est possible d'accroître les quantités de produits finis en stocks. Pour ce faire, nous pourrions avoir recours à la sous-traitance, aux heures supplémentaires ou à l'embauche de personnel occasionnel (c'est-à-dire que nous aurons recours au temps

partiel). Chacune de ces options comporte des avantages et des inconvénients dont nous allons discuter brièvement ici (Nollet et al., 1986).

1. La sous-traitance de produits finis lie une entreprise à ses fournisseurs durant une certaine période. Elle peut coûter plus cher que la fabrication par l'entreprise elle-même, mais ce n'est pas toujours le cas. Il demeure évidemment une incertitude relative à la qualité et aux délais quoique cette incertitude soit de nos jours quasi-inexistante ; en cas d'insatisfaction, il est possible, quoique parfois coûteux, de changer de sous-traitant. Dès que la demande baisse, il n'est plus nécessaire de sous-traiter. Ces observations s'appliquent également à la sous-traitance de composants.
2. Les heures supplémentaires représentent une autre façon d'accroître la production. Cette option est appropriée surtout dans les cas d'une faible hausse de la capacité de production ou d'une hausse couvrant une courte période. Par exemple, pour plusieurs clients des firmes d'experts-comptables, l'année financière se termine en décembre ; les vérifications doivent donc se faire en janvier et février. Alors, plutôt que d'engager du personnel occasionnel pour cette période, les dirigeants de ces firmes offrent souvent au personnel en place d'effectuer des heures supplémentaires qui seront cumulées puis compensées par des vacances additionnelles durant la période estivale, habituellement beaucoup moins occupée. Malgré la baisse de productivité associée aux heures supplémentaires, une prime salariale y est rattachée pour la plupart des emplois, surtout ceux des ouvriers et des commis.
3. L'embauche de personnels occasionnels semble préférable lors d'une hausse de la cadence de production s'étendant sur une période jugée suffisamment longue où, aussi, l'affectation du personnel régulier durant les périodes où la demande est faible constituent ce que nous appellerons communément le temps partiel. Ainsi, dans des secteurs comme la construction, il y a souvent un recours à la main-d'œuvre à temps partiel, même pour quelques semaines. Dans ce secteur, le coût d'embauche est perçu comme relativement faible. De plus, la main-d'œuvre étant spécialisée dans un secteur donné, elle se familiarise rapidement avec les tâches à accomplir.

4. Finalement, toutes ces sources n'existeraient pas s'il n'y avait, au préalable, saturation de l'effectif durant les heures de travail régulières appelées temps régulier.

Ce sont là, les quatre (4) principales sources de production dont il est question dans l'application PIAO.

Mais pour achever la discussion sur le jargon employé dans le milieu industriel, notons qu'il peut arriver que la demande soit beaucoup plus forte que prévu et qu'il s'avère préférable de ne pas la satisfaire entièrement dans l'immédiat pour des raisons de coûts trop élevés. Il en résulte alors des «*commandes en souffrance*» aussi appelées pénuries. Malgré les coûts de pénurie (ou coûts de rupture) possibles, les gestionnaires peuvent choisir cette option (que nous offrons à l'utilisateur dans le logiciel PIAO).

À la suite d'une accumulation des stocks, les gestionnaires peuvent hésiter à mettre des employés à pied. En effet, les coûts d'embauche et de formation de la main-d'œuvre sont parfois élevés. De plus, les efforts pour maintenir une stabilité de la main-d'œuvre évitent de provoquer du ressentiment dans la communauté. L'option de mise à pied est d'ailleurs beaucoup moins utilisée en Europe et au Japon qu'en Amérique du Nord. De plus, il est possible d'écarter cette option de mise à pied de deux (2) façons : en réduisant la semaine de travail ou en accordant aux employés une rémunération sans production que l'on nomme le temps d'inoccupation des ressources. Bien que cette seconde alternative puisse paraître coûteuse, elle est souvent préférable à l'accumulation d'unités qui risque d'entraîner des coûts de stockage onéreux.

Ajoutons enfin, que la plupart du temps, les gestionnaires n'utilisent pas ces options individuellement mais plutôt de façon combinée. Et même dans ce cas, il est parfois impossible de contenter à la fois les clients, les fournisseurs, les actionnaires, les dirigeants et les travailleurs.

#### 4.3.2 – Stratégies possibles en programmation intégrée

Selon Nollet et al. (1986), la façon d'établir une stratégie en programmation intégrée est à peu près la même que pour toute autre forme de stratégie. Ainsi, une fois le tour d'horizon des environnements interne et externe effectué et les objectifs stratégiques de l'entreprise clairement identifiés, nous pouvons déterminer les critères qui permettent de choisir une stratégie opérationnelle (ou industrielle) appropriée. Dans ce cas, la stratégie consiste en une combinaison valable d'options déjà énumérées comme la sous-traitance ou les heures supplémentaires par exemple. Ce sont de telles combinaisons qui permettent à une entreprise de faire face aux variations de la demande.

La stratégie choisie a également un effet sur l'environnement tant interne qu'externe. En effet, elle influence et est influencée à la fois par le ratio de liquidité, le besoin de formation du personnel et le respect des délais.

Il y a deux (2) phases préalables à l'implantation d'une stratégie en programmation intégrée : la collecte des informations et le choix de la stratégie (Nollet et al., 1986).

La collecte de l'information comprend les étapes suivantes :

1. La prévision de la demande exprimée en UE,
2. Le calcul de la capacité de production et de stockage aussi exprimée en UE,
3. La détermination des ressources disponibles, incluant la main-d'œuvre et les stocks,
4. Le calcul du coût des différentes variables pouvant être utilisées dans le plan intégré telles que le coût de stockage, coût de pénurie, etc.
5. L'examen des politiques générales de la firme concernant l'approvisionnement, la main-d'œuvre, les finances, etc. Ces politiques limitent l'étendue des choix qui s'offrent aux gestionnaires

Toutes ces informations, également requises par l'application PIAO, sont nécessaires à la résolution ou à la simulation du plan intégré que nous avons à étudier car,

c'est de là que nous pourrions calculer le coût résultant des différentes approches envisagées.

Il est possible de classer les stratégies en trois (3) catégories, selon la façon dont elles permettent de satisfaire à la demande (Nollet et al., 1986). Il s'agit de la stratégie synchrone, de la stratégie de nivellement et de la stratégie modérée.

Dans l'application PIAO, ce sont essentiellement ces trois (3) stratégies que nous utilisons pour déterminer la solution optimale du plan intégré soumis par l'utilisateur.

1. La stratégie de production synchrone, comme son nom l'indique, consiste à adapter le taux de production mensuel à la demande. Bien que cette stratégie extrême élimine virtuellement les stocks, elle occasionne généralement des variations importantes de l'effectif, de nombreuses heures supplémentaires et, souvent, le recours possible et même très probable à la sous-traitance et au temps partiel. Cette stratégie est bien adaptée à des produits dont les coûts de stockages sont très élevés comme des produits périssables et aux entreprises où les coûts engendrés par des variations du taux de production sont relativement faibles (entreprises fonctionnant à la demande).
2. La stratégie de nivellement consiste à établir un taux moyen constant de production durant toutes les périodes de l'horizon de planification. Les irrégularités de la demande sont aplanies entre autres par l'accumulation de stocks durant les périodes creuses et par l'utilisation de ces stocks – avec possibilité de pénuries – durant les périodes de forte demande. La difficulté de cette option réside dans le choix du taux de production qui doit être suffisamment élevé pour pouvoir satisfaire la demande mais pas trop important afin de ne pas générer des stocks inutiles. Cette stratégie est cependant bien adaptée à des produits dont les coûts de stockage sont faibles et aux firmes où les coûts engendrés par les variations du taux de production sont relativement élevés. Évidemment, cette stratégie facilite la planification mais risque d'être plus coûteuse qu'une stratégie modérée.
3. La stratégie modérée s'inscrit entre les deux (2) stratégies précédentes. Elle fait appel à plusieurs options et à de multiples arbitrages entre les coûts et les autres

implications des avenues retenues. C'est une approche très efficace pouvant s'adapter à n'importe quel type de marché que la demande soit fluctuante, saisonnière ou autre durant l'horizon de planification. Dans l'application PIAO, elle correspond à la stratégie de minimisation du coût différentiel total. C'est dans cette option que l'utilitaire LINDO (Schrage, 1991) est utilisé comme outil de résolution (Ateme<sup>9</sup> et al., 1999).

Il existe enfin, plusieurs autres options que nous pourrions combiner à ces stratégies de production et dont nous avons tenu compte dans la conception de l'application PIAO. Ce sont :

1. La possibilité de faire évoluer le niveau de la main-d'œuvre. C'est une option qui s'applique principalement aux stratégies synchrone et modérée qui n'ont pas un taux de production constant,
2. L'usage de la main-d'œuvre à temps supplémentaire ou à temps partiel. C'est une alternative à l'option précédente et dont le choix se fera selon les coûts comparatifs engendrés,
3. L'augmentation ou la diminution du niveau des stocks,
4. L'acceptation des pénuries qui peut, à prime abord, sembler surprenant au sein d'une méthode sensée satisfaire la demande périodique à moindre coût. Notons, cependant, que la production est planifiée à partir de prévisions qui présentent la possibilité de l'existence d'un biais et par conséquent la production peut s'avérer être insuffisante face à une mauvaise estimation de la demande. Dans un tel cas, la pénurie pourra avoir un coût moins élevé que le coût de production ou celui du stockage,
5. Finalement, le recours à la sous-traitance constitue le dernier recours offert par l'application PIAO.

---

<sup>9</sup> Modèles légèrement modifiés de la version originale telle que présentée lors de la communication du 3<sup>e</sup> congrès internationale de Génie Industriel à Montréal en mai 1999.



### 4.3.3 – Modèles actualisés utilisés par l'application PIAO

Dans tout ce qui suit, nous noterons que :

1.  $i$  représente l'indice identifiant la famille de produits considérée et varie selon l'étendue suivante :  $i = 1, 2, \dots, n$ .
2.  $j$  identifie les différentes sources de production présentées à la section 4.3.1 et dont la variation est :  $j = 1, 2, \dots, m$ . Typiquement d'après la discussion de la section §4.3.1,  $j$  varie de 1 à 4 puisqu'il n'y a que quatre (4) sources de production possibles.
3.  $t$  sert d'indice aux différentes périodes de l'horizon de planification servant à la mise en place du plan intégré et s'étend de la manière suivante :  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Les modèles mathématiques utilisés par l'application PIAO sont les modèles de bases empruntés à Johnson et Montgomery (1974) que nous avons actualisés pour qu'ils tiennent compte, non seulement des objectifs de travail préalablement énoncés, mais aussi de certaines modifications au niveau des conditions d'utilisation actuelles de ces modèles.

#### Cas # 1 : Modèle utilisant seulement les coûts de production et d'inventaire

C'est un modèle dont la référence est empruntée à la section §3.2.1 de Johnson et al. (1974), mais nous l'avons revu et augmenté pour répondre aux exigences contemporaines du secteur manufacturier.

Rappelons les variables formulées lors de la présentation du modèle de base (Ateme et al., 1999) :

1.  $D_t$  : la demande durant la période  $t$ ,
2.  $m$  : nombre de sources de production disponible sur tout l'horizon considéré (typiquement  $\{m = 4\}$  car nous donnons l'opportunité à l'utilisateur de déterminer les sources qu'il désire utiliser),

3.  $P_{ijt}$  : capacité, en unité du produit, de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  durant la période  $t$ ,
4.  $X_{ijt}$  : quantité planifiée à obtenir (c'est-à-dire à produire) de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  et durant la période  $t$ ,
5.  $c_{ijt}$  : coût variable unitaire de production de la famille de produits  $i$  avec la source  $j$  et durant la période  $t$ ,
6.  $h_{it}$  : coût de stockage d'une UE de la famille  $i$ , maintenue en inventaire de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,
7.  $I_{it}$  : niveau de l'inventaire de la famille  $i$  à la fin de la période  $t$ , une fois que la demande périodique est satisfaite,
8. Les indices  $i$ ,  $j$  et  $t$  varient comme spécifiés dans l'en-tête de cette section.

Le modèle de programmation linéaire multi-produits, multi-sources de production et multi-périodes sera formulé comme suit :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^m (c_{ijt} X_{ijt}) + h_{it} I_{it} \right] \quad (33)$$

sujet à :

$$X_{ijt} \leq P_{ijt} \quad (33b)$$

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \sum_{j=1}^m (X_{ijt}) - D_{it} \quad (33c)$$

$$X_{ijt} \geq 0 \quad (33d)$$

$$I_{it} \geq 0 \quad (33e)$$

Dans ce modèle LP, l'équation (33) représente la fonction objectif que le logiciel tentera de résoudre selon les contraintes spécifiées par l'utilisateur. Les termes composants cette équation représentent :

1.  $\{h_{it} I_{it}\}$  : indique le coût total périodique du maintien en inventaire,
2.  $\{c_{ijt} X_{ijt}\}$  : donne la valeur du coût total de production. C'est un coût qui dépend et de la source de production utilisée, et de la famille de produits considérée mais aussi de la période dans laquelle le coût est calculé.

Par la suite, il s'agira simplement de faire la somme des coûts sur tout l'horizon de planification pour avoir un indicateur sur le coût total du plan intégré usant de ce modèle comme représentation abstraite de la réalité étudiée.

Les contraintes, représentées par les équations (33b) limitent la capacité de production par famille de produits, par sources de production et par période. Les contraintes (33c) déterminent le niveau net de l'inventaire à la fin de chaque période de l'horizon de planification. Enfin, les contraintes représentées par les équations (33d) et (33e) imposent que les variables de ce modèle sont toutes non-négatives.

**Cas # 2 : Modèle utilisant les coûts de changement du taux de production et l'acceptation des unités en pénurie**

C'est également un modèle emprunté à Johnson et al. (1974). Cependant, les modifications apportées sur ce modèle en vu de le rendre apte à être utilisé par PIAO ne sont pas identiques à celles présentées par Ateme et al. (1999). Ce modèle manipule les paramètres suivants :

1.  $X_{ijt}$  : quantité à produire de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  et durant la période  $t$ ,
2.  $I_{it}$  : inventaire net à la fin de la période  $t$ ,
3.  $I_{it}^+$  : inventaire en «*main*» à la fin de la période  $t$ ,
4.  $I_{it}^-$  : niveau des pénuries à la fin de la période  $t$ ,

5.  $\Delta_{it}^+$  : augmentation du taux de production de la famille de produits  $i$  durant la période allant de  $(t-1)$  à  $t$ ,
6.  $\Delta_{it}^-$  : diminution du taux de production de la famille de produits  $i$  et variant de la période  $(t-1)$  à  $t$ ,
7.  $c_{ijt}$  : coût variable unitaire de production de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  et durant la période  $t$ ,
8.  $h_{it}$  : coût de maintien d'une unité en inventaire de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,
9.  $\pi_{it}$  : coût unitaire de pénurie maintenue de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,
10.  $\lambda_{it}$  : coût pour augmenter le taux de production d'une UE de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ , de la famille de produits  $i$ ,
11.  $\omega_{it}$  : coût pour diminuer le taux de production d'une UE de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ , de la famille de produits  $i$ ,
12.  $P_{ijt}$  : taux de production maximum de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  et durant la période  $t$ ,
13.  $D_{it}$  : demande durant la période  $t$  pour chaque source de production utilisée,

Les indices  $i$ ,  $j$  et  $t$  varient comme spécifiés dans l'en-tête de cette section et de la même manière que dans le modèle précédent.

Le modèle mathématique revu et augmenté aura la forme suivante :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^m (c_{ijt} X_{ijt} + \lambda_{it} \Delta_{it}^+ + \omega_{it} \Delta_{it}^-) + h_{it} I_{it}^+ + \pi_{it} I_{it}^- \right] \quad (34)$$

Cependant, pour rendre ce modèle opérationnel, nous l'avons quelque peu remodeler afin qu'il converge toujours vers une solution réalisable car, il arrive parfois que l'utilitaire LINDO ne soit pas en mesure de résoudre un problème qui présente une certaine limitation de capacité. De plus pour alléger le texte, nous ne réécrivons les contraintes de ce

modèle qu'avec la formulation réellement codée dans l'application PIAO. Aussi, sans modifier réellement l'équation (34), elle devient :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^n \left[ 9999 Q_{it} + \sum_{j=1}^m (c_{ijt} X_{ijt} + \lambda_{it} \Delta_{it}^+ + \omega_{it} \Delta_{it}^-) + h_{it} I_{it}^+ + \pi_{it} I_{it}^- \right] \right] \quad (34a)$$

sujet à:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \sum_{j=1}^m (X_{ijt}) + Q_{it} - D_{it} \Leftrightarrow I_{it} = I_{i0} + \sum_{k=1}^t \left[ \sum_{j=1}^m (X_{ijk}) + Q_{ik} - D_{ik} \right] \quad (34b)$$

$$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^- \quad (34c)$$

$$X_{ijt} = X_{ij(t-1)} + \Delta_{it}^+ - \Delta_{it}^- \Leftrightarrow X_{ijt} = X_{ij0} + \sum_{k=1}^t (\Delta_{ijk}^+ - \Delta_{ijk}^-) \quad (34d)$$

$$X_{ijt} \leq P_{ijt} \quad (34e)$$

$$X_{ijt} \geq 0 \quad (34f)$$

$$I_{it}^+ \geq 0 \quad (34g)$$

$$I_{it}^- \geq 0 \quad (34h)$$

$$\Delta_{it}^+ \geq 0 \quad (34i)$$

$$\Delta_{it}^- \geq 0 \quad (34j)$$

$$Q_{it} \geq 0 \quad (34k)$$

Dans ce modèle, l'équation (34a) représente la somme des coûts totaux de la planification intégrée. C'est le modèle codé dans l'application PIAO. Les termes qui la composent sont :

1.  $Q_{it}$  représente une variable de sécurité qui permet d'absorber le manque de capacité de production que le modèle pourrait éventuellement présenter et qui pourrait être observé. Ce manque de capacité peut être localisé sur une période ou sur tout l'horizon de planification. Dans le cas où la capacité de production serait en mesure

de satisfaire aux exigences de la demande, LINDO maintiendra toujours ce paramètre à zéro (0) à cause du fort coefficient qui lui est attribué.

2.  $c_{ijt} X_{ijt}$  est le coût total de production à temps régulier de la famille de produits  $i$  avec la source de production  $j$  sur chaque période  $t$  de l'horizon de planification,
3.  $\lambda_{it} \Delta_{it}^+$  représente le coût associé à l'augmentation du taux de production pour produire la famille de produits  $i$  durant la période  $t$ ,
4.  $\omega_{it} \Delta_{it}^-$  représente le coût associé à une diminution du taux de production variant selon les mêmes indices que le terme précédent,
5.  $h_{it} I_{it}^+$  est le coût relatif au maintien en inventaire des produits finis de la famille de produits  $i$  maintenus d'une période à la suivante,
6. Comme le coût précédent,  $\pi_{it} I_{it}^-$  représente le coût périodique associé à l'acceptation des UE en pénurie d'une période à la suivante,

Les contraintes (34b) donnent le niveau de l'inventaire net, en UE, à la fin de la période considéré tandis que l'équation (34c) fait un calcul de l'inventaire en «main» à partir des pénuries et des stocks durant la période  $t$ .

L'équation (34d) calcule la production périodique des items finis en tenant compte de la production périodique précédente et de l'augmentation ou de la diminution de la cadence de production durant la période en cours.

Les équations (34f) à (34j) stipulent que les variables sont non-négatives.

L'équation (34e), limite la capacité de production.

L'équation (34a), enfin, contient le terme  $\{9999Q_{it}\}$  rend le modèle soluble même lorsqu'il y a insuffisance de capacité.

**Cas # 3 : Modèle utilisant le niveau de la main-d'œuvre et les décisions en temps supplémentaire**

Ce modèle fait intervenir l'utilisation du temps supplémentaire et les variations du niveau de la main-d'œuvre (Johnson et al., 1974). La particularité de ce modèle est que l'usage de la sous-traitance ou l'ajout du personnel occasionnel (temps partiel) ne sont pas permis par le modèle initial. Cependant, dans le modèle revu et augmenté ci-dessous, nous permettons l'usage de ces deux (2) sources de production.

Les indices  $i$ ,  $j$  et  $t$  sont définis et varient de la même façon que dans le modèle précédent. Les variables qui définissent ce modèle sont (Ateme et al., 1999) :

1.  $W_{it}$  : niveau de la main-d'œuvre, en HH, de la période  $t$ ,
2.  $\omega_{it}^+$  : augmentation du niveau de la main-d'œuvre, en HH, de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ ,
3.  $\omega_{it}^-$  : diminution du niveau de la main-d'œuvre, en HH, de la période  $(t-1)$  à la période  $t$ ,
4.  $O_{it}$  : temps supplémentaire, en HH, planifié pour la période  $t$ ,
5.  $R_{it}$  : temps partiel, en HH, planifié pour la période  $t$ ,
6.  $S_{it}$  : sous-traitance planifiée pour la période  $t$ ,
7.  $\phi_{it}$  : nombre maximal d'UE par jour du produit  $i$  acheté en sous-traitance pendant la période  $t$ ,
8.  $U_{it}$  : temps inutilisé (ou temps d'inoccupation des ressources de production), en HH, durant la période  $t$ ,
9.  $X_{ijt}$  : production planifiée de la famille de produits  $i$  à l'aide de la source de production  $j$  et durant la période  $t$  (en UE),
10.  $m^*$  : nombre d'HH (heure-homme) requis pour produire une (1) unité du produit,

11.  $c_{ijt}$  : coût variable unitaire, excluant les coûts de main-d'œuvre associés à la production. Il s'agit des coûts d'acquisition de la matière première, par exemple,
12.  $l_{it}$  : coût d'une (1) HH de travail à temps régulier durant la période  $t$ ,
13.  $l'_{it}$  : coût d'une (1) HH de travail à temps supplémentaire durant la période  $t$ ,
14.  $l''_{it}$  : coût d'une (1) HH de travail à temps partiel durant la période  $t$ ,
15.  $l'''_{it}$  : coût d'achat d'une (1) UE fabriquée en sous-traitance durant la période  $t$ ,
16.  $e_{it}$  : coût pour augmenter le niveau de la main d'une (1) HH durant la période  $t$ ,
17.  $e'_{it}$  : coût pour diminuer le niveau de la main d'une (1) H-H durant la période  $t$ ,
18.  $I_{it}$  : inventaire net à la fin de la période  $t$ ,
19.  $I^+_{it}$  : inventaire en « main » à la fin de la période  $t$ ,
20.  $I^-_{it}$  : niveau des pénuries à la fin de la période  $t$ ,
21.  $h_{it}$  : coût de maintien d'une UE en inventaire de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,
22.  $\pi_{it}$  : coût unitaire des pénuries maintenues de la période  $t$  à la période  $(t+1)$ ,
23.  $D_{it}$  : demande prévisionnelle durant la période  $t$ ,

Le modèle revu et augmenté initial, (Ateme et al., 1999) sera :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^m (c_{ijt} X_{ijt}) + e_{it} \omega_{it}^+ + e'_{it} \omega_{it}^- + l_{it} W_{it} + l'_{it} O_{it} + h_{it} I^+_{it} + \pi_{it} I^-_{it} \right] \right] \quad (35)$$

Avant d'aller plus loin, nous vous présentons le véritable modèle codé dans l'application PIAO. C'est sur la base de ce modèle que nous compléterons la formulation de la fonction objectif répondant aux critères d'optimisation préétablis. Ce modèle s'écrit de la manière suivante :



$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \left[ 9999Q_{it} + \sum_{j=1}^m (c_{ijt} X_{ijt}) + e_{it}\omega_{it}^+ + e'_{it}\omega_{it}^- + l_{it}W_{it} + l'_{it}O_{it} + l''_{it}R_{it} + h_{it}I_{it}^+ + \pi_{it}I_{it}^- + l'''_{it}S_{it} \right]$$

(35a)

sujet à:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \sum_{j=1}^m (X_{ijt}) + S_{it} + Q_{it} - D_{it} \Leftrightarrow I_{it} = I_{i0} + \sum_{k=1}^t \left[ \sum_{j=1}^m (X_{ijk}) + S_{ik} + Q_{ik} - D_{ik} \right] \quad (35b)$$

$$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^- \quad (35c)$$

$$W_{it} = W_{i(t-1)} + \omega_{it}^+ - \omega_{it}^- \Leftrightarrow W_{it} = W_{i0} + \sum_{k=1}^t (\omega_{ik}^+ - \omega_{ik}^-) \quad (35d)$$

$$W_{it} \leq P_{it} \quad (35e)$$

$$O_{it} \leq \theta_1 P_{it} \quad (35f)$$

$$R_{it} \leq \theta_2 P_{it} \quad (35g)$$

$$S_{it} \leq \phi_{it} \quad (35h)$$

$$O_{it} - U_{it} = m^* \sum_{j=1}^m (X_{ijt}) - W_{it} - R_{it} \quad (35i)$$

$$O_{it} - U_{it} \leq \theta_1 W_{it} \quad (35j)$$

$$R_{it} - U_{it} \leq \theta_2 W_{it} \quad (35k)$$

$$X_{it} \geq 0 \quad (35l)$$

$$I_{it}^+ \geq 0 \quad (35m)$$

$$I_{it}^- \geq 0 \quad (35n)$$

$$W_{it} \geq 0 \quad (35o)$$

$$\omega_{it}^+ \geq 0 \quad (35p)$$

$$\omega_{it}^- \geq 0 \quad (35q)$$

$$O_{it} \geq 0 \quad (35r)$$

$$U_{it} \geq 0 \quad (35s)$$

$$R_{it} \geq 0 \quad (35t)$$

$$S_{it} \geq 0 \quad (35u)$$

$$Q_{it} \geq 0 \quad (35v)$$

La fonction objectif est encore définie par les équations (35) et surtout (35a) pour l'équation codée dans notre recherche. Plutôt que de nous étendre sur les termes composants cette dernière équation, nous dirons que cette équation représente la somme de tous les coûts de production et des coûts afférents à notre modèle d'optimisation. Cependant, nous soulignerons les particularités qui interviennent dans la modélisation de ce nouveau modèle.

1. comme dans le modèle des équations (34), ce modèle à un terme  $Q_{it}$  qui représente le manque de capacité que l'on pourrait avoir. C'est un terme qui dépend de la famille de produits considérée et de la période de l'horizon de planification dans laquelle nous nous trouvons,
2.  $\dot{l}_{it}O_{it}$ , contrairement au modèle de base, comptabilise les coûts de production en temps supplémentaire,
3.  $\ddot{l}_{it}R_{it}$  représente le coût de production (en HH) à temps partiel durant la période  $t$  et pour la famille  $i$ ,
4.  $\ddot{l}_{it}S_{it}$  est le terme se référant aux UE obtenues via l'acquisition en sous-traitance. Cette production concerne la famille de produits  $i$  durant la période  $t$ ,
5. les termes  $e_{it}\omega_{it}^+$  et  $e_{it}\omega_{it}^-$  représentent les coûts d'augmentation et de diminution du niveau de la main-d'œuvre à temps régulier seulement entre deux (2) périodes temporelles consécutives,

Les équations allant de l'équation (35l) à l'équation (35v) initialisent les variables comme étant non-négatives pour les mêmes raisons que celles invoquées précédemment.

De même, les équations (35b) et (35c) comme les équations (34b) et (34c) du modèle précédent, servent essentiellement à calculer les inventaires nets à la fin d'une période  $t$  quelconque.

Les équations (35d) servent à déterminer le niveau de la main-d'œuvre durant la période courante en partant de celle disponible lors de la période précédente et de son éventuelle augmentation ou diminution.

Par la suite, nous limitons les différentes capacités de production. L'équation (35e) limite le nombre d'HH périodique à temps régulier en tenant compte du nombre d'employés permis sur le plancher de production. L'équation (35f) limite le nombre d'HH à temps supplémentaire. Cette limitation est possible grâce à la fraction du temps régulier que nous utilisons et qui est représentée par le coefficient  $\theta_1$ . Typiquement, cette fraction est de l'ordre de 50%. De la même façon, nous limitons le temps partiel, toujours en HH, avec le coefficient  $\theta_2$  de l'équation (35g). La sous-traitance est limitée par le nombre d'UE que nous pourrions obtenir de nos sous contractants de façon quotidienne.

À l'aide de l'équation (35i), nous relierons la capacité de production en temps supplémentaire avec celle utilisée à temps régulier et à temps partiel. Cependant, nous devons y ajouter une variable  $U_{it}$ , qui représente les différents temps mort que nous pourrions observer çà et là durant les heures de production. Ce terme est communément appelé «*le slack*».

Les équations (35j) et (35k) servent comme garantie au niveau de la limitation du nombre d'HH de production utilisé pour le temps supplémentaire et le temps partiel respectivement. Ces deux (2) dernières équations diffèrent des équations (35f) et (35g) car elles tiennent compte du temps mort alors que les deux (2) dernières équations citées n'en faisaient pas état.

Une remarque importante est à prendre en considération. Comme nous voulons optimiser l'usage des sources additionnelles de production d'une part, et dans le même

temps minimiser les coûts associés aux changements du taux de production (comme dans le modèle précédent), aux changements du niveau de la main-d'œuvre (modèle actuel) et de tous les autres coûts, nous n'inclurons pas le  $\{c_{ijt} X_{ijt}\}$  relatif au temps régulier dans la codification de la fonction objective car, quoiqu'il advienne, c'est une source de production que nous devrons toujours utiliser.

À la suite de cette revue des modèles d'optimisation codés dans l'application PIAO, procéder à la simulation de la planification intégrée d'une entreprise fictive devient une tâche relativement aisée.

## 5 – SIMULATION ET ANALYSE D'UN PLAN INTÉGRÉ

Le présent chapitre de ce mémoire consiste à réaliser la simulation du plan intégré d'une entreprise fictive et à en faire une analyse, précise, brève et concise des résultats obtenus.

Cependant, pour mieux saisir la portée de cette analyse, nous rappellerons brièvement les variables et modèles utilisés dans l'application P.I.A.O. Ainsi, ce chapitre s'amorcera par un rappel des deux (2) modèles majeurs utilisés dans l'application que nous avons développée, suivi de la présentation des variables décisionnelles. Ensuite, il y aura une mise en situation de la saisie des données par l'utilisateur puis, nous terminerons avec une analyse des résultats obtenus. Cette analyse des résultats sera doublée d'une interprétation qui nous mènera aux conclusions de nos travaux de recherche.

### 5.1 - Modèles codés dans l'application PIAO

L'application PIAO utilise réellement deux (2) modèles mathématiques préalablement présentées dans le chapitre #3 au paragraphe § 4.3.3. Nous ne reprendrons pas les détails de ces modèles, car ils sont largement couverts tout au long du chapitre précédent. Nous ferons, cependant, ressortir quelques-uns des aspects les plus significatifs.

Le premier modèle codé dans PIAO est présenté en détail à la section § 4.3.3 du précédent chapitre sous la rubrique du **cas #2**. C'est un modèle d'optimisation dont les critères sont basés sur la minimisation des coûts associés aux changements du taux de production, sur l'usage des sources additionnelles de production comme le temps

supplémentaire (TS), le temps partiel (TP) et la sous-traitance (ST), sur les coûts de maintien des UE en stock (inventaire), de même que sur les coûts de pénuries. Ce modèle représenté, par l'ensemble des équations (34), est un modèle dont l'unité utilisée tout au long de sa mise en place est l'UE. C'est un modèle classique et d'usage très convivial. Il ne présente, cependant, aucune particularité spécifique et donne d'excellents résultats comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre.

Le second modèle est le modèle du **cas #3** du même chapitre. Ce modèle, quant à lui, optimise la valeur de la fonction objectif en minimisant les variations du niveau de la main-d'œuvre, en recourant, parfois au TS, au TP et même à la ST en minimisant également le maintien des UE en stock et en acceptant les unités en pénuries comme dans le modèle précédent. Ce modèle exposé selon l'ensemble des équations (35), est également un modèle d'optimisation qui, par contre, utilise les UE et les HH dans la structure mathématique de l'ensemble des équations qui le définit. C'est là, une première caractéristique de ce modèle. Même si son usage est relativement différent du premier modèle utilisé par PIAO à cause des conditions d'utilisation qui diffèrent quelque peu, son interprétation n'en est pas plus difficile et il présente une autre particularité : son utilisation est justifiée lorsqu'il nous est pratiquement impossible d'obtenir les coûts associés aux changements du taux de production ou que nous n'avons que des coûts relatifs aux changements du niveau de la main-d'œuvre.

## **5.2 – Variables décisionnelles**

Les variables décisionnelles dont nous parlerons seront spécifiques à chacun des modèles utilisés comme nous vous le rappellerons dans les sous-sections suivantes.

### 5.2.1 – Modèle utilisant les variations du taux de production

Dans ce premier modèle, l'objectif est de choisir adéquatement les valeurs de  $X_{ijt}$  qui minimisent la somme des coûts de production, les coûts reliés au maintien des stocks et les coûts associés aux changements du taux de production durant tout l'horizon de planification. Dans ce cas, nous définirons les variables décisionnelles comme :

1.  $X_{ijt}$ , représente ici le nombre d'UE produite à chaque période de l'horizon de planification ( $t$ ), pour chaque famille de produits ( $i$ ) et pour chacune des sources de production ( $j$ ). C'est la variable décisionnelle majeure de ce modèle;
2.  $\Delta_{it}^+$  représentant l'augmentation du niveau de la production (en UE) de la famille de produit ( $i$ ) durant la période ( $t$ ) et ce, par rapport à la période précédente ( $t - 1$ );
3.  $\Delta_{it}^-$ , en opposition à la variable décisionnelle précédente, représente la diminution du niveau de la production (en UE) de la famille de produit ( $i$ ) durant la période ( $t$ ) toujours par rapport à la période précédente ( $t - 1$ );
4.  $I_{it}^+$  est le nombre d'UE de la famille ( $i$ ) maintenu en stock d'une période ( $t$ ) à la suivante ( $t + 1$ );
5.  $I_{it}^-$  qui par contre, représente le nombre d'UE en pénurie, de la famille ( $i$ ) de la période ( $t$ ) à la période ( $t + 1$ ). C'est le nombre d'UE que nous ne pouvons satisfaire durant la période considérée et qui est également associé à un coût de pénurie parfois non négligeable.

### 5.2.2 – Modèle utilisant la variation du niveau de la main-d'œuvre

Le second modèle mis en place par les équations (35) vise à optimiser la production manufacturière en choisissant adéquatement les niveaux de la main-d'œuvre  $W_{it}$ ,  $O_{it}$  et  $R_{it}$  d'une part, celui des stocks de l'autre, mais aussi le niveau de la production ( $X_{ijt}$ ) en terme d'UE et possiblement  $S_{it}$ , afin de minimiser la somme de tous les coûts de

production, les coûts de maintien en inventaire et les coûts associés aux changements du niveau de la force de travail. Pour un tel modèle, les variables décisionnelles sont :

1.  $X_{ijt}$  représente le nombre d'UE produite pour chaque période ( $t$ ) de l'horizon de planification, pour chaque famille de produits ( $i$ ) par chacune des sources de production ( $j$ ). C'est la première variable décisionnelle majeure;
2.  $\omega_{it}^+$ , une variable relativement significative car, elle représente l'augmentation en HH du niveau de la force de travail de la période précédente ( $t-1$ ) à la période considérée ( $t$ ), pour chaque famille de produits ( $i$ );
3.  $\omega_{it}^-$  est associé à la diminution du niveau de la main-d'œuvre, en HH, de la période ( $t-1$ ) à la période ( $t$ ). C'est un terme qui forme une paire avec le terme précédent et également de la famille de produit ( $i$ ) considérée;
4.  $W_{it}$  représente le niveau de la main-d'œuvre (en HH) à TR utilisé à des fins productives durant la période ( $t$ ). Ce niveau de la force de travail dépend de la famille de produit ( $i$ ) et de la période à laquelle ce niveau est évalué ( $t$ );
5.  $O_{it}$  représente la force de travail (en HH) employée en TS pour produire des UE de la famille ( $i$ ) durant la période ( $t$ ) une fois que la capacité de production en TR est épuisée ou que cette production en TS est moins dispendieuse que l'embauche d'un employé à temps plein;
6.  $R_{it}$ , nombre d'HH de production à temps partiel, si utilisé
7.  $S_{it}$ , nombre d'UE fabriquées en sous-traitance;
8.  $U_{it}$ , dernière variable décisionnelle du second modèle, permet de quantifier le temps (en HH) d'inoccupation des ressources. Elle varie selon la famille de produit ( $i$ ) et la période de planification ( $t$ );
9.  $I_{it}^+$  et  $I_{it}^-$  sont semblables aux variables décrites dans le modèle précédent.



### 5.3 – Saisie des données par l'utilisateur

Afin de pouvoir interpréter les résultats d'un plan intégré, il nous faut saisir un certain nombre d'informations. Or, parler de la saisie des informations revient à donner un ordre de grandeur et un aperçu des variables que le gestionnaire devra manipuler de façon quotidienne. Il aurait également été intéressant de visualiser certains formulaires de saisie de cette information, mais pour cela, nous référons le lecteur à l'annexe 1.

Ainsi, après quelques vérifications de routine (telles le nom de l'utilisateur, son mot de passe, etc. ), comme dans tout logiciel d'aide à la décision, PIAO demande à l'utilisateur de saisir les informations suivantes :

1. la prise en charge de la variation du niveau de la main-d'œuvre, soit par :
  - le choix de l'embauche et du licenciement qui influenceront les différents taux de production (en UE) et les changements qui y sont associés;
  - les coûts relatifs à l'embauche et au licenciement en ayant prit le soin de sélectionner cette option au préalable;
2. le nombre de sources de production qu'il envisage utiliser (au choix) durant la résolution du problème d'optimisation;
3. la durée de l'horizon de planification;
4. d'autres informations utiles à la planification telles que :
  - la date du début du plan intégré, avec le choix entre le début du mois courant ou le début du mois suivant celui qui a été sélectionné,
  - l'affichage des textes d'aides (les «*Tool Tips Text*»),
  - la mise en mémoire de toute planification effectuée, car il peut s'avérer utile, pour le gestionnaire, de sauvegarder une simulation faite afin de vérifier une hypothèse de travail.

L'étape suivante consiste à sélectionner une famille de produits en mémoire ou, saisir une nouvelle famille de produits avec des données prévisionnelles adéquates en vue de la planification future.

Puis, il s'agira d'indiquer à PIAO le calendrier d'une semaine standard de production selon le format utilisé par l'entreprise. Il est question ici d'indiquer l'heure du début de même que la durée de chaque quart de travail sur une possibilité quotidienne de trois (3) quarts. Puis, l'utilisateur standardise ces données sur tout l'horizon de planification préalablement défini.

Enfin, le gestionnaire saisira les données nécessaires à la planification proprement dite. Ce sont essentiellement :

1. Le coefficient d'efficacité de la compagnie qui représente le pourcentage réel de production lorsque nous ne tenons pas compte du temps mort et du temps d'inoccupation des ressources;
2. Le coût d'embauche (en \$/employé);
3. Le coût de licenciement (en \$/employé);
4. Le nombre d'employé disponible au début de la planification;
5. Le nombre maximal d'employé pouvant travailler sur le plancher de production;
6. le nombre d'UE fabriqué par employé par jour (en spécifiant la durée d'une journée de travail à TR);
7. Le pourcentage d'utilisation du TS et celui du TP;
8. Le stock initial disponible en début de planification (en UE);
9. Le stock final maximal souhaitable en fin de planification. Notons que ce stock final variera entre une valeur minimale et maximale saisie par l'utilisateur (en UE);
10. Le coût de maintien d'une UE en inventaire d'une période ( $t$ ) à la suivante ( $t + 1$ ) (en \$/UE/période);
11. Le coût d'une UE en pénurie pendant une période (en \$/UE/période);
12. La saisie des différents taux de production découle d'un calcul automatique une fois les informations précédentes saisies. Cependant, il faut indiquer au logiciel le nombre d'UE maximal à envoyer en ST, (en UE/jour/employé);
13. Par la suite, il faut saisir les différents coûts de production pour chacune des sources préalablement sélectionnées, c'est-à-dire TR, TS, TP et ST (en \$/HH sauf pour la ST en \$/UE).

Une attention particulière sera portée au calendrier stratégique de production qui servira à déterminer le nombre de jours ouvrables de tout l'horizon de planification. C'est à ce niveau du processus de saisie des données que l'utilisateur indique les jours de production, les jours fériés, les jours de congés pour tels ou tels événements, etc. C'est sur la base de ces informations que PIAO déterminera la capacité de production maximale utilisable selon la stratégie d'optimisation que l'on choisit.

Enfin, PIAO est prêt à solutionner le problème. À cet effet, le logiciel optimise selon l'un des deux modèles préalablement présentés, c'est-à-dire le modèle utilisant les variations du taux de production ou celui faisant intervenir les changements du niveau de la main-d'œuvre.

Cependant, le choix d'un modèle d'optimisation ne suffit pas à résoudre le problème de planification intégrée de la production. En effet, ce modèle doit être accompagné du choix d'une stratégie de résolution. Cette stratégie peut-être une stratégie synchrone, une stratégie de nivellement ou encore une stratégie de minimisation du coût différentiel total que nous avons déjà évoqué au cours du second chapitre.

Voici les informations pertinentes à l'optimisation du plan intégré. Il s'agit :

1. La demande prévisionnelle du tableau 10, (données nécessaire à l'optimisation)

Tableau 10 : Demande prévisionnelle<sup>10</sup>

PÉRIODE	NOMBRE DE JOURS	DEMANDE PÉRIODIQUE (EN UE)
JANVIER-2001	22	21387
FÉVRIER	18	44646
MARS	21	26743
AVRIL	21	38532
MAI	23	53160
JUIN	20	28726
JUILLET	21	25366
AOÛT	14	28033
SEPTEMBRE	20	23531
OCTOBRE	23	24292
NOVEMBRE	19	22583
DECEMBRE	20	26558
JANVIER-2002	21	23685
FÉVRIER	18	52128
MARS	20	27219
AVRIL	21	40289
MAI	20	57227
JUIN	19	28846

2. Les autres informations sont sur le tableau 11 ci-dessous.

Tableau 11 : Informations pertinentes à la réalisation du plan intégré

NATURE DES DONNÉES	VALEUR NUMÉRIQUE	UNITÉS DES DONNÉES
Stock initial disponible	100	UE
Stock final souhaitable <sup>11</sup>	[100, 250]	UE
Nombre d'employés initiaux	15	EMPLOYÉ(S)
Nombre d'employés max.	30	EMPLOYÉ(S)
Coefficient d'efficacité	100	%
Nombre d'UE fabriqué à TR	35	UE
Coût d'embauche	1000	\$/EMPLOYÉ
Coût de licenciement	250	\$/EMPLOYÉ
Coût de maintien en inventaire	0.10	\$/UE/PÉRIODE
Coût de pénurie	0.50	\$/UE/PÉRIODE
Pourcentage de TS par rapport au TR	70	%
Pourcentage de TP par rapport au TR	40	%

<sup>10</sup> Le graphe de la demande prévisionnelle peut-être visualisé à la section § 5.4 figure 10.

<sup>11</sup> Le stock final varie entre une valeur minimale et valeur maximale d'où sa représentation par un intervalle de valeurs.

3. Choix des sources de production utilisées et des coûts associés à chaque source comme illustré sur le tableau ci-dessous (en UE/employé/jour) : (données sur les sources de production)

Tableau 12 : Production pour chaque source

	MIN/JOUR /EMPLOYÉ	ACTUEL/JOUR /EMPLOYÉ	MAX/JOUR /EMPLOYÉ	\$/HH	\$/UE
TR	0	350	400	10.00	2.29
TS	0	0	245	20.00	4.57
TP	0	0	140	16.50	3.77
ST <sup>12</sup>	0	0	15000	28.44	6.50

La section suivante donne les résultats obtenus suite à la résolution par PIAO du problème saisi ci-dessus. Cette présentation des résultats fait ressortir les points importants qui seront, par la suite analysés.

#### 5.4 – Résultats obtenus

Nous vous présentons les résultats obtenus pour chaque modèle et pour chacune des stratégies sous forme de tableaux. Rappelons toutefois que nous considérons le mois comme période de l'horizon de planification. En effet, c'est la mesure généralement employée en planification intégrée dans les milieux industriels.

Aussi, nommons «*Boîte à Outils*», l'entreprise fictive dont nous réalisons le plan intégré comme application numérique de ce mémoire. Du tableau 10 de la section précédente (§5.3), nous observons un patron saisonnier au niveau de la demande prévisionnelle comme confirmé par la figure 10 ci-dessous. Or, tenir compte de la demande saisonnière, est une des hypothèses de modélisation du logiciel PIAO. C'est, de plus, une caractéristique du milieu manufacturier québécois (environ 70% des PME) sur lequel nous avons focalisé pour concevoir et développer cet outil informatique d'aide à la décision.

<sup>12</sup> La ST n'est pas fonction du nombre d'employé mais de la quantité d'UE quotidienne à fabriquer par le sous-traitant et préalablement définie par la firme «*Boîte à Outils*».

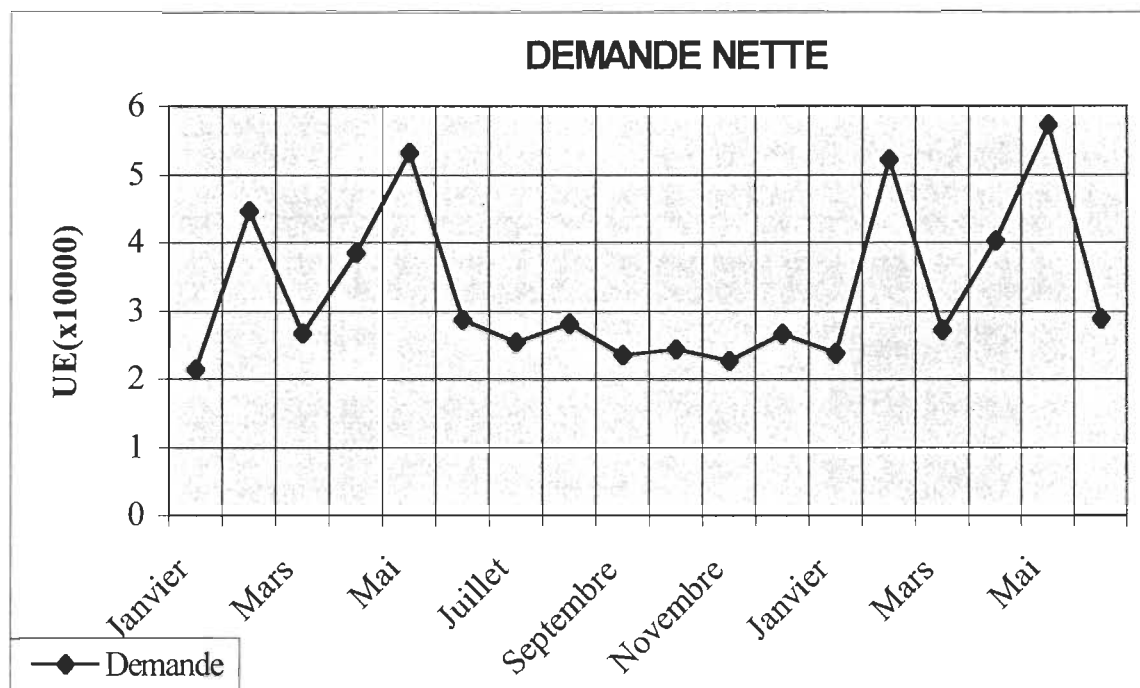


Figure 10 : Demande prévisionnelle de l'application numérique

#### 5.4.1 – Modèles utilisant la variation du taux de production

Cette section présente exclusivement les résultats obtenus de la simulation du plan intégré d'une entreprise fictive. Ces résultats vous sont présentés selon les trois (3) stratégies disponibles dans PIAO. Nous ferons ressortir l'essentiel des résultats de chaque stratégie avant d'entamer leur interprétation à la section suivante.

Toutefois, il convient de vous rappeler que la stratégie synchrone consiste à faire varier le taux de production périodique afin de satisfaire exactement à la demande. En d'autres termes, il s'agit tout simplement d'embaucher et de licencier des employés tout au long de l'horizon de planification.

La stratégie de nivellement, quant à elle, consiste à faire la moyenne de la demande totale pour ensuite produire de façon constante et uniforme tout au long de la durée de planification. C'est une production à taux constant qui a l'avantage de ne pas permettre d'embauche ou de licenciement en cours de planification.

La stratégie de minimisation du coût différentiel total (Min. CDT) fait intervenir l'utilitaire LINDO pour optimiser la production en respectant la fonction objectif de même que l'ensemble des contraintes associées à la modélisation mathématique de cette approche.

Les tableaux 13, 14, 15, 16, 17 et 18 représentent les résultats obtenus à partir du modèle de la fonction objectif de la section § 4.3.3 définie par l'ensemble des équations (34) et simulée selon les trois stratégies préalablement énoncées. Rappelons que les tableaux 13, 15 et 17 indiquent les valeurs relatives à la production dont nous résumons la nature des résultats qui s'y trouvent.

1. les différentes périodes utilisées lors de la planification intégrée (A),
2. le nombre de jours de chacune des périodes (B),
3. le taux de production périodique (C),
4. la production (en UE) par source utilisée avec :
  - le Temps Régulier noté «TR» (D),
  - le Temps Supplémentaire abrégé par «TS» (E),
  - le Temps Partiel dont la notation est «TP» (F),
  - la Sous-Traitance indiquée par «ST» (G),
  - la production périodique totale (H), en UE, qui la somme des variables  $(D+E+F+G)$ ,
5. puis nous complétons les tableaux par le niveau des stocks avec :
  1. la demande prévisionnelle (I),
  2. le stock initial (J) au début de la période courante. Notons que ce stock est déterminé par  $J_t = K_{t-1} - I_t$ . C'est la différence entre le stock final de période précédente et la demande prévisionnelle. Si nous sommes en début de

planification le stock initial servira de stock final pour l'usage de la formule ci-dessus.

3. le stock périodique final (K) qui occasionnera des coûts de maintien en inventaire ou des coûts de pénurie d'une période à la suivante.

Par contre les tableaux 14, 16 et 18, qui décrivent toujours le même modèle de résolution et contiennent les coûts associés à la stratégie utilisée nous permettant d'établir des comparaisons et de juger de l'impact financier réel. Ces tableaux renferment les informations suivantes :

1. la période considérée de l'horizon du plan intégré (A), le nombre périodique de jours ouvrables (B), le taux, quotidien, de production périodique (C) et la production équivalente (H) comme dans les tableaux précédents,
2. ces tableaux focalisant sur les coûts donnent les différents coûts associés à chaque stratégie considérée, notamment :
  - l'usage du Temps Supplémentaire «TS» (L),
  - celui du Temps Partiel «TP» (M),
  - la Sous-Traitance «ST» (N),
  - l'acceptation des UE en pénuries (O),
  - le maintien des UE en stock (P),
  - les coûts d'embauche (Q) et de licenciement (R),
  - et enfin les coûts relatifs aux changements du taux de production (S),
3. le tableau est complété par le nombre d'employé de chaque période de l'horizon de planification (T).

#### **5.4.1.1 – Résultats obtenus avec la stratégie Synchronique**

Pour cette première stratégie de résolution, nous obtenons les résultats présentés sur les tableaux 13 et 14 suivants :



Tableau 13 : Résultats de la stratégie Synchrone

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (UE)					STOCKS (UE)		
			TR	TS	TP	ST	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (D+E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (H+J)
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	967.59	21287	00	00	00	21287	21387	- 21287	00
FÉVRIER	18	1050	18900	13500	7560	4686	44646	44646	- 44646	00
MARS	21	1050	22050	00	4692	00	26742	26742	- 26742	00
AVRIL	21	1050	22050	7662	8820	00	38532	38532	- 38532	00
MAI	23	1050	24150	17250	9660	2100	53160	53160	- 53160	00
JUIN	20	1050	21000	00	7726	00	28726	28726	- 28726	00
JUILLET	21	1050	22050	00	3316	00	25366	25366	- 25366	00
AOÛT	14	1050	14700	7453	5880	00	28033	28033	- 28033	00
SEPTEMBRE	20	1050	21000	00	2531	00	23531	23531	- 23531	00
OCTOBRE	23	1050	24150	00	142	00	24292	24292	- 24292	00
NOVEMBRE	19	1050	19950	00	2633	00	22583	22583	- 22583	00
DÉCEMBRE	20	1050	21000	00	5558	00	26558	26558	- 26558	00
JANVIER-2002	21	1050	22050	00	1635	00	23685	23685	- 23685	00
FÉVRIER	18	1050	18900	13500	7560	12168	52128	52128	- 52128	00
MARS	20	1050	21000	00	6219	00	27219	27219	- 27219	00
AVRIL	21	1050	22050	9419	8820	00	40289	40289	- 40289	00
MAI	20	1050	21000	15000	8400	12827	57227	57227	- 57227	00
JUIN	19	1050	19950	1016	7980	00	28946	28846	- 28846	100
TOTAL	361	--	377237	84800	99132	31781	592950	592950	--	--

Tableau 14 : Coûts de la stratégie Synchronique

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	967.59	21287	00	00	00	00	00	12645.45	00	13826.54	28
FÉVRIER	18	1050	44646	30780	11188	19728	00	00	2354.55	00	2106.37	30
MARS	21	1050	26742	00	6944	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	38532	17469	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	23	1050	53160	39330	14296	8841	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	28726	00	11434	00	00	00	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	25366	00	4907	00	00	00	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	28033	16992	8702	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	23531	00	3745	00	00	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	24292	00	210	00	00	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	22583	00	3896	00	00	00	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	26558	00	8225	00	00	00	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	23685	00	2419	00	00	00	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	52128	30780	11188	51227	00	00	00	00	00	30
MARS	20	1050	27219	00	9204	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	40289	21475	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	20	1050	57227	34200	12432	54001	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	193342	146706	133797	00	10	15000	00	15932.91	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											504 787.91	--

Des tableaux ci-dessus, nous pouvons tracer le graphique des résultats. Ce graphe représente la demande et la production cumulées tout au long de l'horizon de planification.

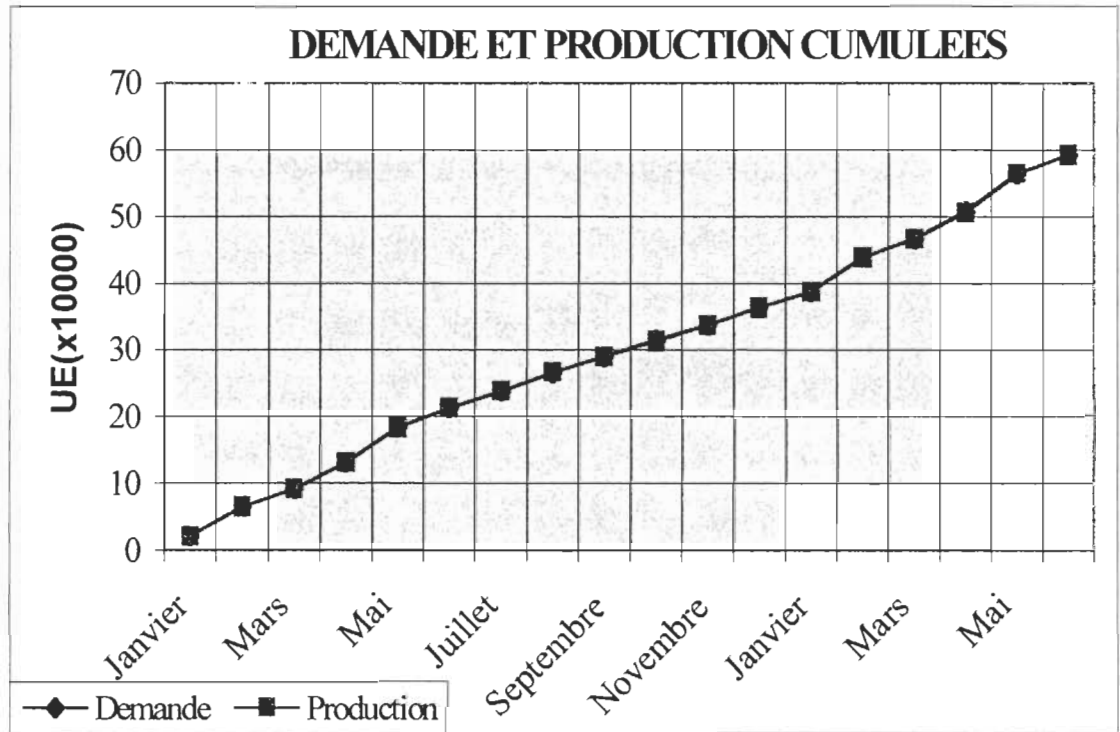


Figure 11 : Production et demande cumulées de la stratégie synchrone

Un aperçu rapide nous permet de remarquer que la courbe de la demande cumulée est superposée à celle de la production cumulée. Il n'y a ni stocks, ni pénuries sur aucune des périodes de l'horizon de planification et enfin, le **Coût Différentiel Total (CDT)** associé à cette stratégie est de **504 787.91\$**.

#### 5.4.1.2 – Résultats obtenus avec la stratégie de Nivellement

La seconde stratégie de résolution employée par PIAO donne les résultats des tableaux 15 et 16 suivants :

Tableau 15 : Résultats de la stratégie de Nivellement

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (UE)					STOCKS (UE)		
			TR	TS	TP	ST	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (D+E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (H+J)
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	1050	23100	3795.46	9240	00	36135.46	21387	- 21287	14848.46
FÉVRIER	18	1050	18900	3105.37	7560	00	29565.37	44646	- 29797.54	- 232.17
MARS	21	1050	22050	3622.94	8820	00	34492.94	26742	- 26974.17	7518.77
AVRIL	21	1050	22050	3622.94	8820	00	34492.94	38532	- 31013.23	3479.71
MAI	23	1050	24150	3967.98	9660	00	37777.98	53160	- 49680.29	- 11902.31
JUIN	20	1050	21000	3450.42	8400	00	32850.42	28726	- 40628.31	- 7777.89
JUILLET	21	1050	22050	3622.94	8820	00	34492.94	25366	- 33143.89	1349.05
AOÛT	14	1050	14700	2415.29	5880	00	22995.29	28033	- 26683.95	- 3688.66
SEPTEMBRE	20	1050	21000	3450.42	8400	00	32850.42	23531	- 27219.66	5630.76
OCTOBRE	23	1050	24150	3967.98	9660	00	37777.98	24292	- 18661.24	19116.74
NOVEMBRE	19	1050	19950	3277.89	7980	00	31207.89	22583	- 3466.26	27741.63
DÉCEMBRE	20	1050	21000	3450.42	8400	00	32850.42	26558	- 1183.63	34034.05
JANVIER-2002	21	1050	22050	3622.94	8820	00	34492.94	23685	10349.05	44841.99
FÉVRIER	18	1050	18900	3105.37	7560	00	29565.37	52128	- 7286.01	22279.36
MARS	20	1050	21000	3450.42	8400	00	32850.42	27219	- 4939.64	27910.78
AVRIL	21	1050	22050	3622.94	8820	00	34492.94	40289	- 12378.22	22114.72
MAI	20	1050	21000	3450.42	8400	00	32850.42	57227	- 35112.28	- 2261.86
JUIN	19	1050	19950	3277.89	7980	00	31207.89	28846	- 31107.86	100.03
TOTAL	361	--	379050	62280.03	151620	00	592950.03	592950	--	--

Tableau 16 : Coûts de la stratégie de Nivellement

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	1050	36135	8653	13675	00	00	1484.85	15000	00	16401	30
FÉVRIER	18	1050	29565	7080	11188	00	116.09	00	00	00	00	30
MARS	21	1050	34492	8260	13053	00	00	751.88	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	34492	8260	13053	00	00	347.97	00	00	00	30
MAI	23	1050	37777	9046	14296	00	5951.16	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	32850	7866	12432	00	3888.95	00	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	34492	8260	13053	00	00	134.91	00	00	00	30
AOUT	14	1050	22995	5506	8702	00	1844.33	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	32850	7866	12432	00	00	563.08	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	37777	9046	14296	00	00	1911.67	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	31207	7473	11810	00	00	2774.16	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	32850	7866	12432	00	00	3403.41	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	34492	8260	13053	00	00	4484.20	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	29565	7080	11188	00	00	2227.94	00	00	00	30
MARS	20	1050	32850	7866	12432	00	00	2791.08	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	34492	8260	13053	00	00	2211.47	00	00	00	30
MAI	20	1050	32850	7866	12432	00	1130.93	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	31207	7473	11810	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	141987	224390	00	12931.46	23096.62	15000	00	16401	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>433 806.08</b>	<b>--</b>

Des tableaux ci-dessus, nous obtenons le graphique suivant :

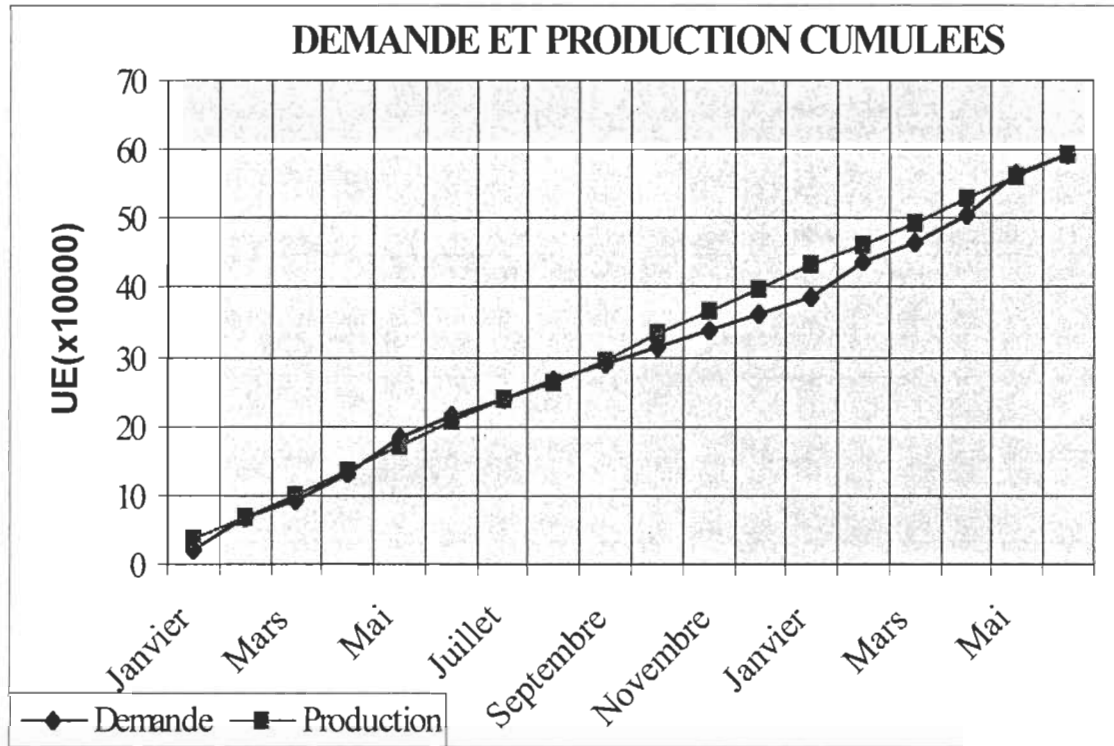


Figure 12 : Production et demande cumulées de la stratégie de Nivellement

La courbe de la production cumulée de la stratégie de nivellement, indique une droite croissante, stable et continue démontrant au gestionnaire que la production se fait de façon constante et sans interruption durant tout l'horizon de planification. Cela vient du fait que cette stratégie, dite de nivellement, calcule la demande totale à satisfaire durant l'horizon de planification et répartit la production équivalente sur toute la durée du plan intégré considéré. En d'autres termes, elle détermine la quantité d'UE quotidienne à produire ou à acheter pour chaque source de production. Finalement, la mesure de performance commune, le CDT est de **433 806.08\$**.

#### **5.4.1.3 – Résultats obtenus avec la stratégie de Minimisation du Coût Différentiel Total (Min. CDT)**

La dernière stratégie de résolution de ce modèle utilisant les variations du taux de production, la stratégie Min. CDT donne les résultats des tableaux 17 et 18 suivants :

Tableau 17 : Résultats de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (UE)					STOCKS (UE)		
			TR	TS	TP	ST	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (D+E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (H+J)
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	1050	23100	00	9240	00	32340	21387	- 21287	11053
FÉVRIER	18	1050	18900	7133	7560	00	33593	44646	- 33593	00
MARS	21	1050	22050	00	8820	00	30870	26742	- 26742	4128
AVRIL	21	1050	22050	5634	8820	00	36504	38532	- 34404	2100
MAI	23	1050	24150	17250	9660	00	51060	53160	- 51060	00
JUIN	20	1050	21000	00	8400	00	29400	28726	- 28726	674
JUILLET	21	1050	22050	00	8820	00	30870	25366	- 24692	6178
AOÛT	14	1050	14700	1275	5880	00	21855	28033	- 21855	00
SEPTEMBRE	20	1050	21000	00	8400	00	29400	23531	- 23531	5869
OCTOBRE	23	1050	24150	00	9660	00	33810	24292	- 18423	15387
NOVEMBRE	19	1050	19950	00	7980	00	27930	22583	- 7196	20734
DÉCEMBRE	20	1050	21000	00	8400	00	29400	26558	- 5824	23576
JANVIER-2002	21	1050	22050	00	8820	00	30870	23685	- 109	30761
FÉVRIER	18	1050	18900	00	7560	00	26460	52128	- 21367	5093
MARS	20	1050	21000	00	8400	00	29400	27219	- 22126	7274
AVRIL	21	1050	22050	14972	8820	00	45842	40289	- 33015	12827
MAI	20	1050	21000	15000	8400	00	44400	57227	- 44400	00
JUIN	19	1050	19950	1016	7980	00	28946	28846	- 28846	100
TOTAL	361	--	379050	62280	151620	00	592950	592950	--	--



Tableau 18 : Coûts de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (PÉRIODE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	1050	32340	00	13675	00	00	1105.30	15000	00	16401	30
FÉVRIER	18	1050	33593	16263	11188	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	1050	30870	00	13053	00	00	412.80	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	36504	12845	13053	00	00	210	00	00	00	30
MAI	23	1050	51060	39330	14296	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	29400	00	12432	00	00	67.40	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	30870	00	13053	00	00	617.80	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	21855	2907	8702	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	29400	00	12432	00	00	586.90	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	33810	00	14296	00	00	1538.70	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	27930	00	11810	00	00	2073.40	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	29400	00	12432	00	00	2357.60	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	30870	00	13053	00	00	3076.10	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	26460	00	11188	00	00	509.30	00	00	00	30
MARS	20	1050	29400	00	12432	00	00	727.40	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	45842	34136	13053	00	00	1282.70	00	00	00	30
MAI	20	1050	44400	34200	12432	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	141997	211337	00	00	14585.40	15000	00	16401	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											399320.40	--

Des tableaux ci-dessus, nous pouvons tracer le graphique des résultats ci-dessous. Ce graphe, comme dans les autres cas, représente la demande et la production cumulées tout au long de l'horizon de planification.

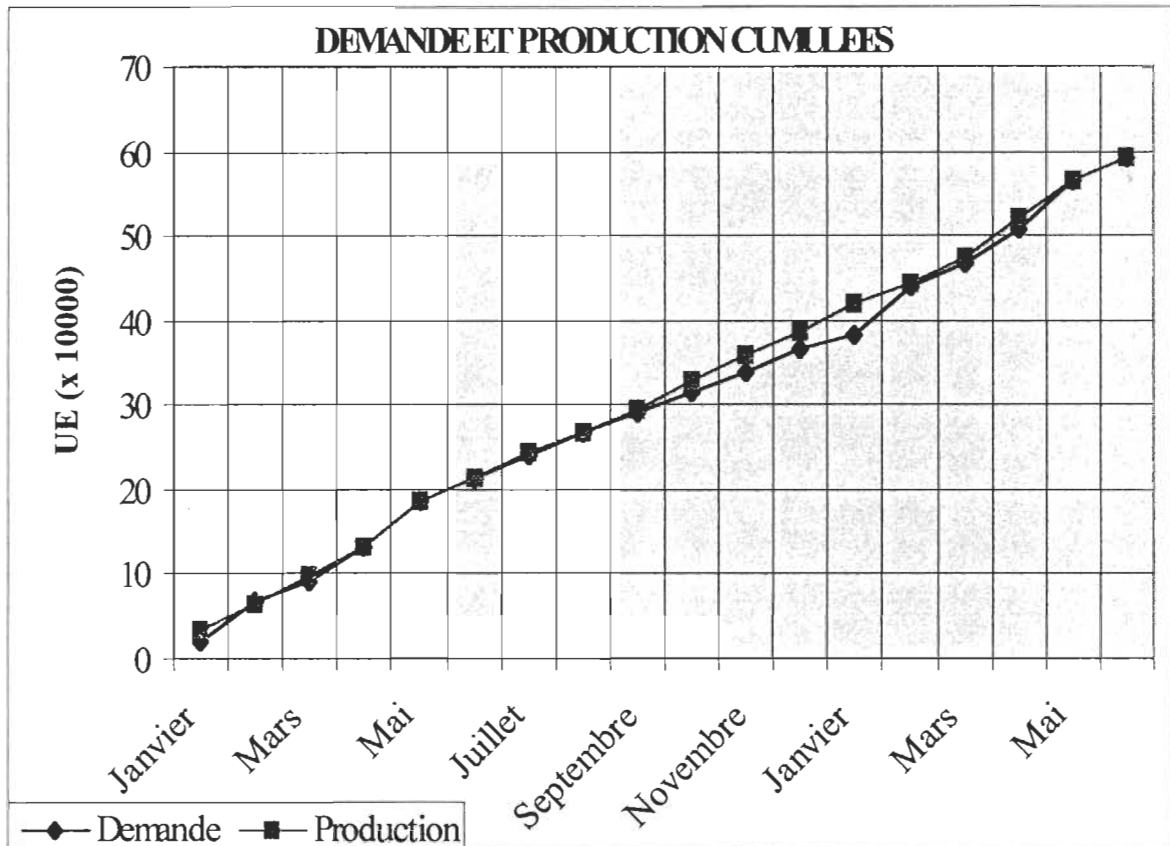


Figure 13 : Production et demande cumulées de la stratégie Min. CDT

La stratégie de minimisation du CDT, comme son nom l'indique, optimise la planification intégrée en déterminant les meilleures quantités d'UE à produire tout en minimisant les coûts associés à la fabrication des produits finis. Le CDT de cette stratégie reflète, d'ailleurs, cet objectif en étant le meilleur de tous les CDT enregistrés jusqu'alors avec une valeur de **399 320.40\$**.

#### 5.4.1.4 – Interprétation des résultats

Cette section fait une analyse récapitulative complète des résultats obtenus à l'aide du premier modèle de résolution. Ce modèle est représenté par l'ensemble des équations (34) de la section §4.3.3 du chapitre précédent.

Quelle que soit la stratégie utilisée, la production débute toujours par l'usage du TR, principale source productive, afin de satisfaire aux exigences de la demande prévisionnelle périodique. Cette demande périodique, est-il besoin de le rappeler, représente en réalité les prévisions de vente que nous obtenons, soit d'un module prévisionnel que nous avons greffé à PIAO, soit d'une quelconque autre manière que la firme considère comme représentative.

Une fois que la capacité de production de la source principale, en l'occurrence le TR, est épuisée, PIAO fait appel aux sources additionnelles de production, si préalablement sélectionnées par l'utilisateur, afin de combler le manque de production actuel. Pour cela, PIAO utilise ces sources en débutant toujours par la source ayant le **Coût Différentiel (CD)** minimal de toutes les sources additionnelles disponibles. Dans cette application numérique, cela revient à choisir entre le TP, le TS et la ST. Le calcul du CD est effectué sur le coût de production par UE, dans ce modèle. Ce calcul est tout simplement la différence entre le coût de production du TR et le coût de fabrication de la source additionnelle considérée. Comme exemple, déterminons l'ordre d'utilisation des sources additionnelles de production :

$$\begin{aligned}\text{Coût Différentiel} &= \text{Min}(\text{TS}, \text{TP}, \text{ST}) = \text{Min}[(4.57 - 2.29), (3.77 - 2.29), (6.50 - 2.29)] \\ \Leftrightarrow \text{Coût Différentiel} &= \text{Min}[(2.28), (1.485), (4.21)] = 1.48\$ \end{aligned}$$

Le TP sera donc la première source additionnelle utilisée puis nous utiliserons tour à tour le TS et enfin la ST.

Lors du processus de production, PIAO utilise le TR comme principale source de production. Puis, si la capacité de production de la première source est épuisée, PIAO

poursuit le processus de fabrication avec les sources additionnelles et ainsi de suite. Ce processus s'arrête dans l'un ou l'autre des cas suivants :

1. La demande prévisionnelle est satisfaite par la production actuelle,
2. Toutes les sources de production disponibles sont épuisées.

Remarquons tout de même que la seconde éventualité est un cas de figure tout à fait envisageable toutefois; nous éliminons cette possibilité en octroyant une grande capacité de production à la dernière source de production, la ST.

Une vision globale et comparative des figures 11, 12 et 13 nous montre que pour la stratégie synchrone (figure 11) les courbes de la demande et de la production cumulées sont parfaitement identiques. De plus, il n'y a ni maintien en stocks (sauf sur la dernière période de l'horizon), ni UE en pénurie. Cependant, c'est une stratégie qui est peu convenable pour les employés de la firme «*Boîte à Outils*» car, elle signifie embauche et/ou licenciement dépendamment de la variation de la demande prévisionnelle. Stratégie relativement dispendieuse, aussi, car elle entraîne des coûts d'embauche et/ou de licenciement afin d'adapter continuellement la production à la demande prévisionnelle. Elle entraîne, également, des coûts associés aux changements du taux de production. La stratégie de nivellement (figure 12) montre une droite stable et croissante indiquant un taux production uniforme et sans interruption durant tout l'horizon de planification. C'est aussi une stratégie coûteuse car, comme la stratégie synchrone, il y a des coûts pour l'embauche et/ou le licenciement effectué dès le départ de la planification, des coûts très importants pour le maintien des UE en inventaire et/ou en pénurie mais, contrairement à la première stratégie, c'est une stratégie qui est d'avantage au goût des employés car elle n'entraîne aucune variation de l'effectif ouvrier durant son cycle de production. Finalement la stratégie Min. CDT, la dernière, est la meilleure des trois en terme d'équilibre entre les coûts de production, la variation du niveau de la main-d'œuvre et la satisfaction des clients. C'est une stratégie qui, contrairement aux deux premières, fait intervenir l'utilitaire LINDO (Schrage, 1991) qui est un outil mathématique d'optimisation performant.

Par exemple, si les coûts associés au maintien des UE en stock ou celui de l'acceptation des UE en pénuries sont considérables, LINDO va s'arranger pour produire exactement la demande comme dans le cas d'une stratégie synchrone. Par contre, si seul le coût de l'acceptation des UE en pénuries est élevé et celui du maintien en inventaire est faible ou relativement acceptable, LINDO produit, dès les premières périodes, un surplus d'UE en prévision du pic de la demande qui surviendra quelques périodes plus tard et permettre, ainsi, à la compagnie «Boîte à Outils» de ne pas avoir de commandes en souffrance. L'optimisation qu'effectuera LINDO donnera toujours la meilleure solution possible en terme de minimisation des coûts.

Un des critères de performance utilisé comme base de comparaison dans l'évaluation des résultats obtenus des différentes stratégies est le CDT. Ce coût est déterminé par la formule<sup>13</sup> mathématique suivante :

$$CDT = \sum(COÛTS) \quad (40)$$

$$\Leftrightarrow CDT = \sum(TS + TP + ST + Pénurie + Stocks + Embauche + Licenciement + variation)$$

Les valeurs du CDT sont pour chaque stratégie :

1. Stratégie synchrone :  $CDT_{Syn} = \sum(Coûts) = 504787.91\$$
2. Stratégie de nivellement :  $CDT_{Niv} = \sum(Coûts) = 433806.08\$$
3. Stratégie de minimisation du coût différentiel total :  $CDT_{Min} = \sum(Coûts) = 399320.40\$$

Au vu du calcul du CDT des trois (3) stratégies, il apparaît clairement que la meilleure stratégie, c'est-à-dire celle qui donne le CDT le moins élevé est celle qui minimise justement ce CDT dans son processus algorithmique. Ce CDT, pour la stratégie Min. CDT, est **26.41 %** moins cher que le CDT de la stratégie synchrone et **8.64 %** moins dispendieux par rapport à celui de la stratégie de nivellement.

---

<sup>13</sup> Dans cette formule, nous ne tenons pas compte des coûts de production à TR car ce sont des coûts que l'entreprise devra toujours déboursier. Nous pouvons les assimiler à des charges inhérentes au bon fonctionnement de la firme.

La comparaison que nous venons de faire sur le CDT provenant des trois (3) stratégies de résolution, n'est qu'une illustration comparative pour démontrer le bon fonctionnement de PIAO et aussi, pour nous fournir une indication sur la nature des résultats que nous pouvons obtenir. Il est vrai que la solution optimale fournit par la stratégie Min. CDT est, et de loin, la meilleure. Cela peut se comprendre d'une autre façon. La stratégie Min. CDT est une stratégie qui se situe à mi-chemin entre les deux stratégies de résolution extrêmes qui sont la stratégie synchrone et celle du nivellement. Sachons cependant que les résultats fournis par PIAO ne dispensent pas un gestionnaire de production, par exemple, de fournir son potentiel personnel et opter, pour une stratégie mixte qui se situerait à mi-chemin des trois (3) stratégies que PIAO lui propose. Rappelons, cependant, que cette comparaison ne se ferait pas dans le milieu réel car il est inutile de comparer une méthodologie de résolution nous menant à la solution optimale avec des stratégies sous-optimales. Mais, pour illustrer du bon fonctionnement de PIAO, nous nous permettons d'effectuer ces comparaisons. Pour s'en convaincre, déterminons une stratégie mixte qui combinera une (1), deux (2) ou les trois (3) stratégies que nous venons de réaliser. Par exemple, vu les deux (2) pics observés au niveau de la demande prévisionnelle durant les mois de février et mai 2001, de même que pour l'année 2002, nous allons réaliser un plan intégré qui utilisera la stratégie Min. CDT de janvier à juin 2001 et nous permettre ainsi de respecter le cahier de charge durant les mois les plus achalandés de l'horizon de planification qui reste inchangé, puis nous compléterons la planification des douze (12) derniers mois, c'est-à-dire de juillet-2001 à juin-2002, par la stratégie de nivellement et la stratégie synchrone, respectivement. Nous pourrons, par la suite, avoir une réelle base de comparaison pour analyser les résultats que nous aurons obtenus. Toutes les informations saisies pour la simulation du plan intégré de la compagnie «*Boite à Outils*» demeurent les mêmes. La seule modification reste la combinaison des stratégies Min. CDT, nivellement et synchrone. Les résultats sont compilés sur les tableaux suivants :

Tableau 19 : Résultats d'une stratégie mixte (Taux)

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (UE)					STOCKS (UE)		
			TR	TS	TP	ST	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (D+E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (H+J)
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	1050	23100	00	9240	00	32340	21387	- 21287	11053
FÉVRIER	18	1050	18900	7133	7560	00	33593	44646	- 33593	00
MARS	21	1050	22050	00	8820	00	30870	26742	- 26742	4128
AVRIL	21	1050	22050	5634	8820	00	36504	38532	- 34404	2100
MAI	23	1050	24150	17250	9660	00	51060	53160	- 51060	00
JUIN	20	1050	21000	00	7826	00	28826	28726	- 28726	100
JUILLET	21	1050	22050	00	4938.23	00	26988.23	25366	- 25266	1722.23
AOÛT	14	1050	14700	00	3292.15	00	17992.15	28033	- 26310.77	- 8318.62
SEPTEMBRE	20	1050	21000	00	4703.08	00	25703.08	23531	- 31849.62	- 6146.54
OCTOBRE	23	1050	24150	00	5408.54	00	29558.54	24292	- 30438.54	- 880
NOVEMBRE	19	1050	19950	00	4467.92	00	24417.92	22583	- 23463	954.92
DÉCEMBRE	20	1050	21000	00	4703.08	00	25703.08	26558	- 25603.08	100
JANVIER-2002	21	1050	22050	00	1535	00	23585	23685	- 23585	00
FÉVRIER	18	1050	18900	13500	7560	12168	52128	52128	- 52128	00
MARS	20	1050	21000	00	6219	00	27219	27219	- 27219	00
AVRIL	21	1050	22050	9419	8820	00	40289	40289	- 40289	00
MAI	20	1050	21000	15000	8400	12827	57227	57227	- 57227	00
JUIN	19	1050	19950	1016	7980	00	28946	28846	- 28846	100
TOTAL	361	--	379050	68952	119953	24995	592950	592950	--	--

Tableau 20 : Coûts d'une stratégie mixte (Taux)

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	1050	32340	00	13675	00	00	1105.30	15000	00	15823.50	30
FÉVRIER	18	1050	33593	16263	11188	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	1050	30870	00	13053	00	00	412.80	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	36504	12845	13053	00	00	210	00	00	00	30
MAI	23	1050	51060	39330	14296	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	28826	00	11582	00	00	10	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	26988	00	7308	00	00	172.22	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	17992	00	4872	00	4159.31	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	25703	00	6960	00	3073.27	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	29558	00	8004	00	440	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	24417	00	6612	00	00	95.49	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	25703	00	6960	00	00	10	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	23585	00	2271	00	00	00	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	52128	30780	11188	51227	00	00	00	00	00	30
MARS	20	1050	27219	00	9204	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	40289	21475	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	20	1050	57227	34200	12432	54001	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	157209	177521	105228	7672.58	2025.81	15000	00	15823.50	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>480 479.89</b>	<b>--</b>



Et le graphique des résultats cumulés, pour cette nouvelle stratégie mixte serait le suivant :

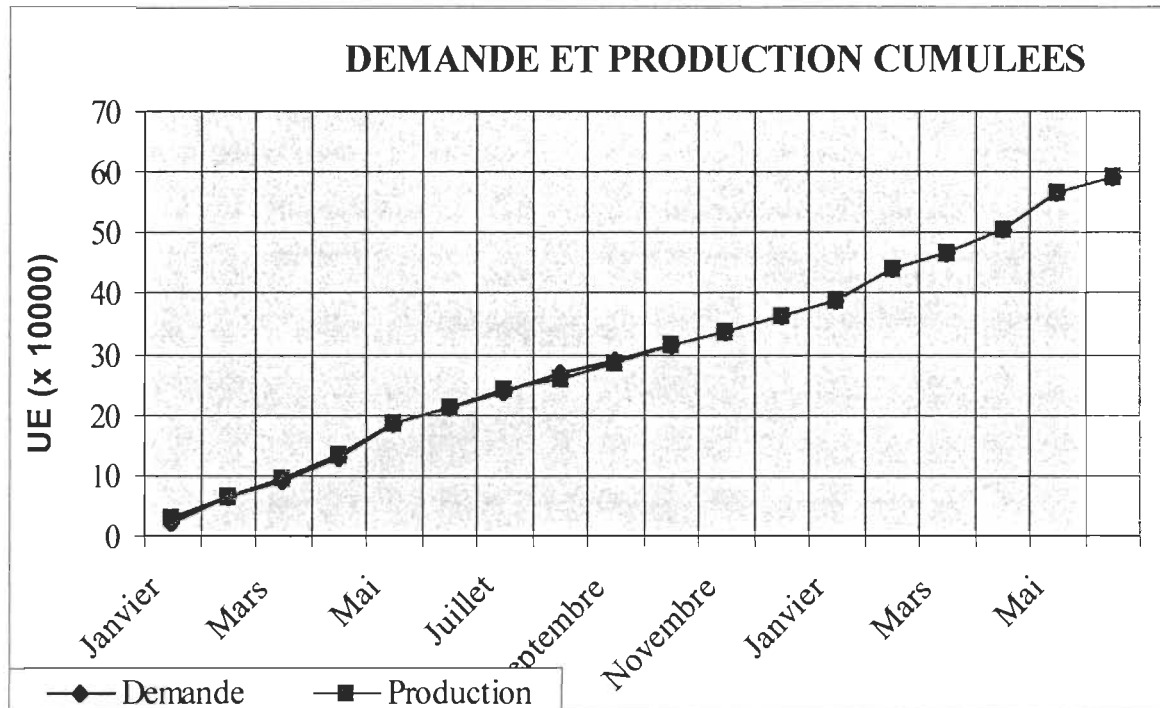


Figure14 : Graphique cumulé de la stratégie mixte (taux)

Cette stratégie donne un  $CDT_{Mix}$  de **480 479.89 \$**. Encore une fois, le CDT de la stratégie Min. CDT donne un meilleur résultat que cette nouvelle stratégie mixte. Le pourcentage d'amélioration de la stratégie Min. CDT par rapport à cette stratégie mixte est légèrement au dessus des **20 %**. Par contre, cette nouvelle stratégie mixte est moins dispendieuse que la stratégie synchrone qui, faut-il le rappeler encore une fois est l'une des stratégies extrêmes.

Nous serions en droit de nous poser la question sur ce qui aurait pu se passer si nous avions choisi une autre combinaison. Il serait hasardeux d'émettre un commentaire quelconque à ce sujet. Toutefois, nous voulions juste vous montrer la puissance algorithmique de l'outil que nous avons conçu, de même que sa convivialité et sa flexibilité.

Par contre, nous pouvons émettre une nouvelle hypothèse de simulation comme modifier le coût de maintien d'une UE en inventaire et/ou le coût d'acceptation d'une UE en pénurie. Ce changement peut se justifier par le fait que la compagnie a décidé de se lancer dans la production de denrée périssable. Ce nouveau produit entraîne une impossibilité de maintenir des UE en stock. Du tableau 11 de la section §5.3, les seules modifications seraient :

1. coût de maintien d'une UE en stock = 0.75 \$/UE/Période,
2. Coût d'une UE en pénurie = 1.15 \$/UE/Période.

Nous obtenons les nouveaux résultats suivants pour chaque stratégie. Notons toutefois que nous vous présentons uniquement les tableaux relatifs aux coûts de la stratégie considérée, cependant, les tableaux sur les quantités d'UE produites pourraient être aisément retrouvés.

Les résultats de la stratégie Synchrone sont ci-après :

Tableau 21 : Coûts de la stratégie Synchrones

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	967.59	21287	00	00	00	00	00	12645.45	00	13826.54	27.65
FÉVRIER	18	1050	44646	30780	11188	19728	00	00	2354.55	00	2106.37	30
MARS	21	1050	26742	00	6944	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	38532	17469	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	23	1050	53160	39330	14296	8841	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	28726	00	11434	00	00	00	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	25366	00	4907	00	00	00	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	28033	16992	8702	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	23531	00	3745	00	00	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	24292	00	210	00	00	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	22583	00	3896	00	00	00	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	26558	00	8225	00	00	00	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	23685	00	2419	00	00	00	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	52128	30780	11188	51227	00	00	00	00	00	30
MARS	20	1050	27219	00	9204	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	40289	21475	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	20	1050	57227	34200	12432	54001	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	75	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	193342	146706	133797	00	75	15000	00	15932.91	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											504 852.91	--

Le graphe des résultats se retrouve ci-dessous :

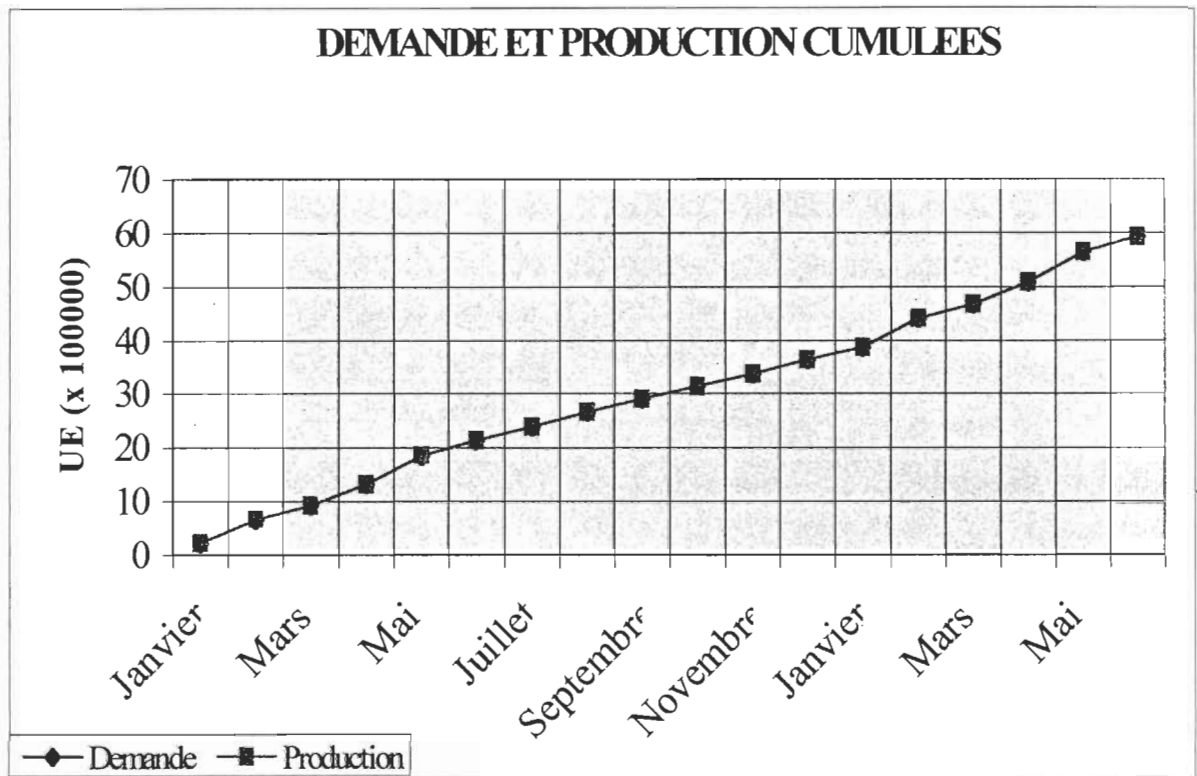


Figure 15 : Demande et production cumulées de la stratégie Synchrone

Comme lors de la section §5.4.1.1 (figure 11), les deux courbes (demande et production cumulées) sont parfaitement confondues et de plus, nous obtenons pour la valeur du  $CDT_{Syn}$  une valeur de **504 852.91 \$**.

Pour la stratégie de Nivellement, les coûts introduits par ce changement sont résumés au tableau 22 ci-dessous.

Tableau 22 : Coûts de la stratégie de Nivellement

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	1050	36135	8653	13675	00	00	11136.35	15000	00	16401	30
FÉVRIER	18	1050	29565	7080	11188	00	267	00	00	00	00	30
MARS	21	1050	34492	8260	13053	00	00	5639.08	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	34492	8260	13053	00	00	2609.78	00	00	00	30
MAI	23	1050	37777	9046	14296	00	13687.66	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	32850	7866	12432	00	8944.57	00	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	34492	8260	13053	00	00	1011.79	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	22995	5506	8702	00	4241.96	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	32850	7866	12432	00	00	4223.07	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	37777	9046	14296	00	00	14337.56	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	31207	7473	11810	00	00	28806.22	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	32850	7866	12432	00	00	25525.54	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	34492	8260	13053	00	00	33631.49	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	29565	7080	11188	00	00	16709.52	00	00	00	30
MARS	20	1050	32850	7866	12432	00	00	20933.09	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	34492	8260	13053	00	00	16586.04	00	00	00	30
MAI	20	1050	32850	7866	12432	00	2601.14	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	31207	7473	11810	00	00	75.02	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	141987	224390	00	29742.33	181224.53	15000	00	16401	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>608 744.86</b>	<b>--</b>

Pour les mêmes raisons que celles évoquées dans le cas précédent, le graphique des courbes cumulées est sur la figure 16 ci-dessous.

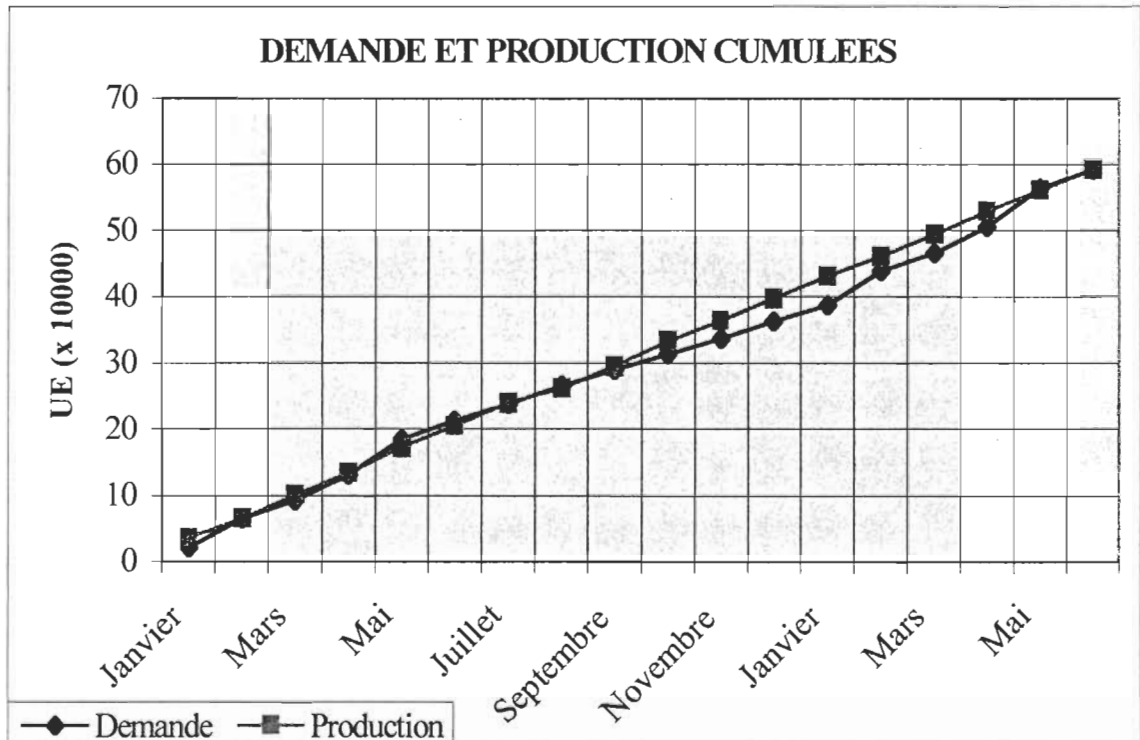


Figure 16 : Demande et production cumulées de la stratégie de Nivellement

Comme pour la figure 12 un peu plus haut, il existe toujours quelques pénuries et, surtout, le maintien sur plusieurs périodes d'UE en stocks. Les modifications introduites ont pour cause la valeur d'un  $CDT_{Niv}$  plus élevée que précédemment : **608 744.86\$**.

Enfin l'ultime stratégie, la stratégie Min. CDT se comporte selon les résultats du tableau 23 suivant.

Tableau 23 : Coûts de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	1050	32340	00	13675	00	00	8289.75	15000	00	16401	30
FÉVRIER	18	1050	33593	16263	11188	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	1050	30870	00	13053	00	00	3096	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	36504	12845	13053	00	00	1575	00	00	00	30
MAI	23	1050	51060	39330	14296	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	28726	00	11434	00	00	00	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	30870	00	13053	00	00	4128	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	22529	4443	8702	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	23531	00	3745	00	00	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	24292	00	210	00	00	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	22583	00	3896	00	00	00	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	29400	00	12432	00	00	2131.50	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	33011	4881	13053	00	00	9126	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	39960	30780	11188	00	00	00	00	00	00	30
MARS	20	1050	33715	9838	12432	00	00	4872	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	46620	35910	13053	00	00	9620.25	00	00	00	30
MAI	20	1050	44400	34200	12432	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	75	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	190806	192705	00	00	42913.50	15000	00	16401	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>457 825.50</b>	<b>--</b>

Les courbes cumulées de la production et de la demande prévisionnelle se retrouvent sur le graphique de la figure 17 ci-dessous.

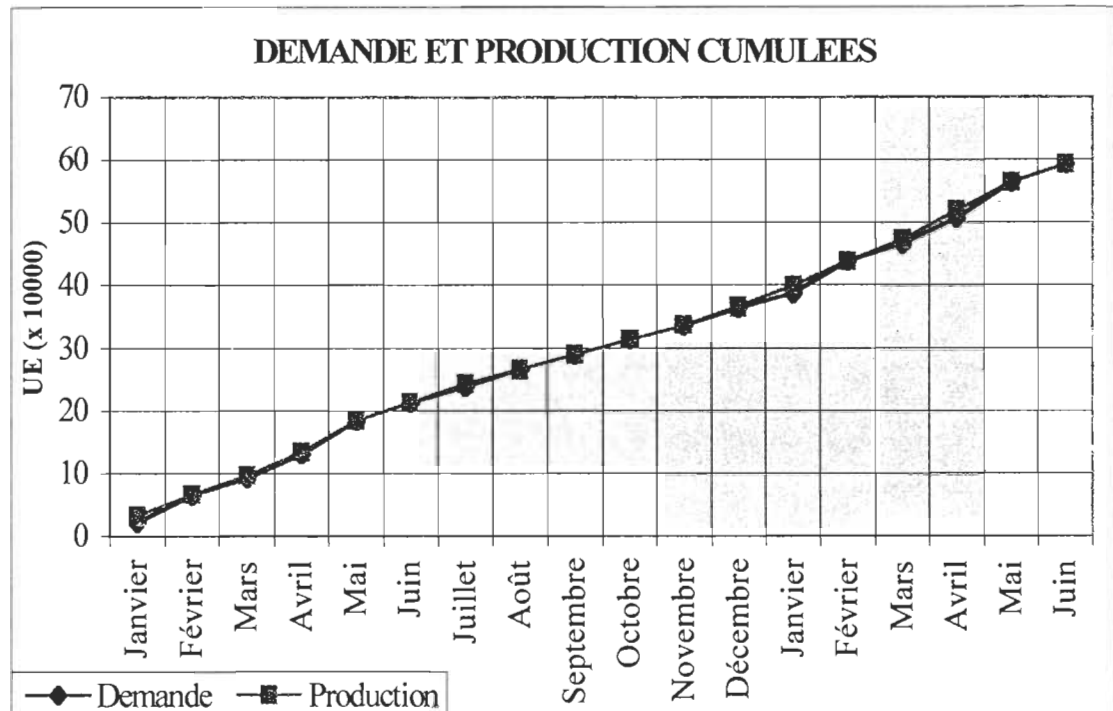


Figure 17 : Demande et production cumulées de la stratégie Min. CDT

Cette stratégie donne un  $CDT_{Min}$  de **457 825.50\$**, et comme pour les autres stratégies, les changements introduits dans les coûts de maintien et de pénurie sont la cause de l'augmentation du CDT final. Cependant, si nous comparons les courbes de la figure 13 à celles de cette figure, nous remarquons que le maintien en stock est moins important (dans le cas présent) car, il occasionne des coûts beaucoup plus élevés et surtout les produits étant périssables, ils seraient peu profitables de les stockés.

En effectuant une comparaison sur les différents CDT obtenus avec les nouvelles données de maintien en inventaire et d'acceptation des pénuries, nous remarquons que la meilleure option demeure la stratégie Min. CDT dont le résultat est **10 %** meilleur que celui obtenu avec la stratégie Synchrone et **33 %** mieux que la stratégie de Nivellement.



Rappelons que la planification intégrée sert aux cadres supérieurs et intermédiaires des PME québécoises et de ce fait, si nous introduisons une dernière comparaison en combinant tour à tour les stratégies : synchrone, Nivellement et Min. CDT. Les coûts engendrés par cette combinaison sont sur le tableau 24 ci-après.

Tableau 24 : Coûts d'une stratégie mixte (Taux)

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	TAUX (UE)	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	C	H	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	525	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	967.59	21287	00	00	00	00	00	12645.45	00	13339.69	27.65
FÉVRIER	18	1050	44646	30780	11188	19728	00	00	2354.55	00	2032.20	30
MARS	21	1050	26742	00	6944	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	38532	17469	13053	00	00	00	00	00	00	30
MAI	23	1050	53160	39330	14296	8841	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	1050	28826	00	11582	00	00	75	00	00	00	30
JUILLET	21	1050	26988	00	7308	00	00	1291.67	00	00	00	30
AOÛT	14	1050	17992	00	4872	00	9566.41	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	1050	25703	00	6960	00	7068.52	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	1050	29558	00	8004	00	1012	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	1050	24417	00	6612	00	00	716.19	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	1050	25703	00	6960	00	00	75	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	1050	35753	11133	13053	00	00	9126	00	00	00	30
FÉVRIER	18	1050	39960	30780	11188	00	00	00	00	00	00	30
MARS	20	1050	33715	9838	12432	00	00	4872	00	00	00	30
AVRIL	21	1050	46620	35910	13053	00	00	9620.25	00	00	00	30
MAI	20	1050	44400	34200	12432	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	1050	28946	2316	11810	00	00	75	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	211756	171747	28569	17646.93	25851.11	15000	00	15371.89	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											485 941.93	--

De cette ultime combinaison stratégique, nous obtenons le graphique des résultats cumulés suivant :

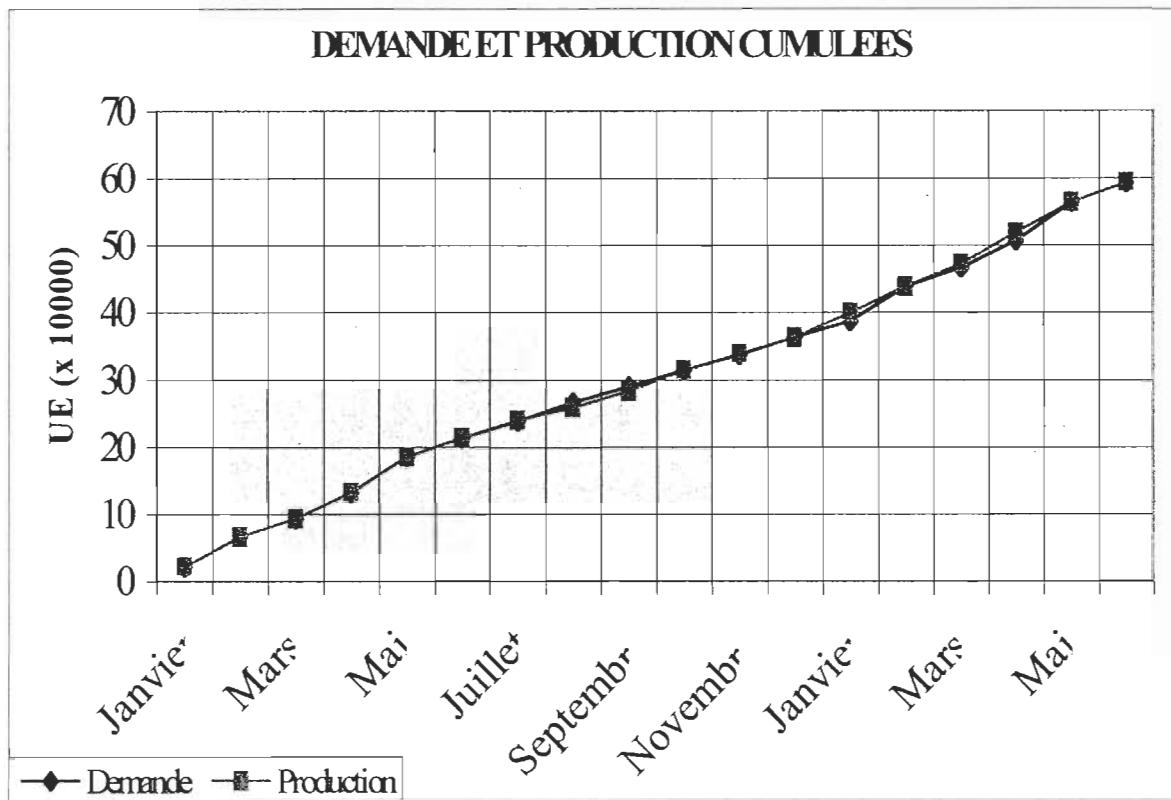


Figure 18 : Graphe cumulé d'une autre stratégie mixte (taux)

Cette combinaison nous donne un  $CDT_{Mix}$  de **485 941.93\$**. Si nous comparons cette figure à la figure 14, nous remarquons des stocks légèrement plus important de même qu'une petite quantité d'UE en pénurie. De plus, le CDT est plus élevé que dans le précédent cas. Cette valeur du CDT permet à la stratégie Min. CDT de demeurer la meilleure que la combinaison que nous venons de mettre en place. La stratégie Min. CDT est meilleure de plus de **6.1 %** par rapport à la stratégie combinée. Cependant, cette combinaison est meilleure que l'usage exclusif de la stratégie Synchronique ou de celle du Nivellement comme mode de production.

#### 5.4.2 – Modèle utilisant les variations du niveau de la main-d'œuvre (M/O)

Contrairement au modèle précédent, ce modèle s'emploie généralement lorsque nous n'avons que les coûts associés aux changements du niveau de la main-d'œuvre. Pour réaliser la simulation de cette section, nous reprenons les données de base que nous retrouvons aux tableaux 10, 11 et 12 de la section § 5.3.

Comme dans le cas de l'autre modèle, nous vous donnons des informations sur le contenu et la nature des données se trouvant à l'intérieur des différents tableaux donnant les résultats de ce modèle d'optimisation. Les tableaux contenant les résultats relatifs à la production renferment comme informations :

1. Les différentes périodes de la planification intégrée (A),
2. Le nombre de jours de chacune des périodes (B),
3. La production périodique des sources TR, TS et TP (C), définies plus bas,
4. La production acquise par le recours à la ST (D), également définie plus bas,
5. Le nombre d'HH utilisé pour la production avec les sources :
  - le Temps Régulier «TR» (E),
  - le Temps Supplémentaire «TS» (F),
  - le Temps Partiel «TP» (G),
  - Le nombre d'HH périodique total (H) qui représente la somme des variables (E+F+G),
6. puis nous complétons le tableau par le niveau des stocks avec :
  - la demande (I),
  - le stock initial en début de période (J). Notons que ce stock est déterminé par la demande de la période actuelle moins le stock final de la période précédente. Si nous sommes en début de planification le stock initial servira de stock de fin de période précédente,
  - le stock final en fin de période qui occasionnera des coûts de maintien en inventaire d'une période à la suivante (K).

De la même façon que nous avons présenté la nature des informations contenues dans les tableaux relatifs aux coûts du modèle faisant intervenir les variations du taux de production, nous vous indiquons, ici, la nature des données sur les coûts du modèle oeuvrant avec les variations du niveau de la M/O. Ces données sont :

1. la période considérée de l'horizon du plan intégré (A), le nombre de jours ouvrables périodique (B), la production périodique (C) et le nombre d'HH utilisé pour cette production (H),
2. ces tableaux focalisent également sur les coûts, nous aurons les différents coûts associés à la stratégie considérée, notamment :
  - l'usage du TS (L),
  - celui du TP (M),
  - la ST (N),
  - les coûts associés aux UE en pénuries (O),
  - le maintien des UE en stock (P),
  - les coûts d'embauche (Q) et de licenciement (R),
  - et enfin les coûts relatifs aux changements du taux de production (S),
3. le tableau est complété par le nombre d'employé de chaque période de l'horizon de planification (T).

#### **5.4.2.1 – Résultats obtenus avec la stratégie synchrone**

Les résultats de la stratégie synchrone avec ce modèle de résolution sont :

Tableau 25 : Résultats de la stratégie Synchronne

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	PRODUCTION (UE)	ST (UE)	NOMBRE D'HH UTILISÉ PAR SOURCE DE PRODUCTION (HH)				STOCKS (UE)		
				TR	TS	TP	TOTALE H = (E+F+G)	DEMANDE	INITIAL J = (K-I)	FINAL K = (C+J)
A	B	C	D	E	F	G		I	J = (K-I)	K = (C+J)
ÉTAT INITIAL	--	--	--	2640	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	21287	00	4865.60	00	00	4865.60	21387	- 21287	00
FÉVRIER	18	44646	4686	4320	3085.71	1728	91337.71	44646	- 44646	00
MARS	21	26742	00	5040	00	1072.46	6112.46	26742	- 26742	00
AVRIL	21	38532	00	5040	1751.31	2016	8807.31	38532	- 38532	00
MAI	23	53160	2100	5520	3942.86	2208	11670.86	53160	- 53160	00
JUIN	20	28726	00	4800	00	1765.94	6565.94	28726	- 28726	00
JUILLET	21	25366	00	5040	00	757.94	5797.94	25366	- 25366	00
AOÛT	14	28033	00	3360	1703.54	1344	6407.54	28033	- 28033	00
SEPTEMBRE	20	23531	00	4800	00	578.51	5378.51	23531	- 23531	00
OCTOBRE	23	24292	00	5520	00	32.46	5552.46	24292	- 24292	00
NOVEMBRE	19	22583	00	4560	00	601.83	5161.83	22583	- 22583	00
DÉCEMBRE	20	26558	00	4800	00	1270.40	6070.40	26558	- 26558	00
JANVIER-2002	21	23685	00	5040	00	373.71	5413.71	23685	- 23685	00
FÉVRIER	18	52128	12168	4320	3085.71	1728	9133.71	52128	- 52128	00
MARS	20	27219	00	4800	00	1421.49	6221.49	27219	- 27219	00
AVRIL	21	40289	00	5040	2152.91	2016	9208.91	40289	- 40289	00
MAI	20	57227	12827	4800	3428.57	1920	10148.57	57227	- 57227	00
JUIN	19	28946	00	4560	232.23	1824	6616.23	28846	- 28846	100
TOTAL	361	592950	31781	86225.60	19382.84	22658.74	128267.18	592950	--	--



Comme lors du modèle précédent, la figure suivante représente les courbes cumulées de la production et de la demande prévisionnelle.

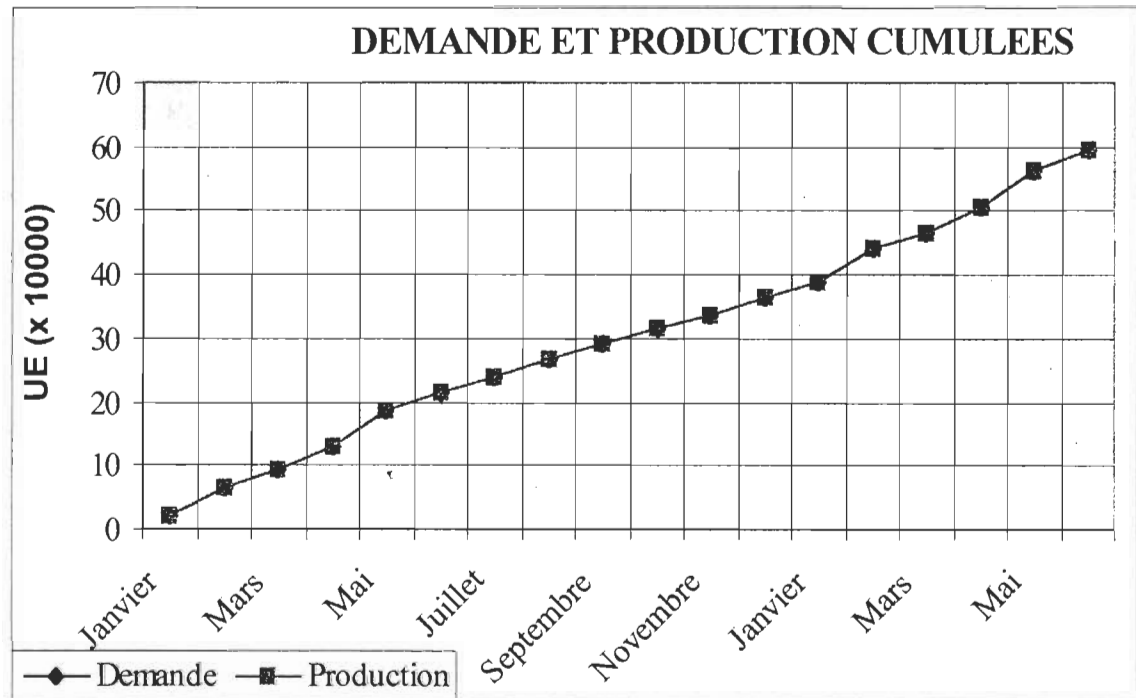


Figure 19 : Production et demande cumulées de la stratégie synchrone

Sur cette figure, les courbes de la demande cumulée et celle de la production cumulée sont superposées l'une par rapport à l'autre. Il n'y a ni stocks, ni pénuries et le  $CDT_{Syn}$  a une valeur de 505 896.94\$. Comme dans le modèle précédent, cette stratégie consiste à adapter le niveau de la main-d'œuvre aux exigences de la demande prévisionnelle périodique.

#### 5.4.2.2 – Résultats obtenus avec la stratégie de Nivellement

Pour la stratégie de nivellement, les résultats sont présentés dans les tableaux 27 et 28 ci-dessous.



Tableau 27 : Résultats de la stratégie de Nivellement

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	PRODUCTION (UE)	ST (UE)	NOMBRE D'HH UTILISÉ PAR SOURCE DE PRODUCTION (HH)				STOCKS (UE)		
				TR	TS	TP	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (C+J)
ÉTAT INITIAL	--	--	--	2640	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	36135.46	00	5280	867.53	2112	8259.53	21387	- 21287	14848.46
FÉVRIER	18	29565.37	00	4320	709.80	1728	6757.80	44646	- 29797.54	- 232.17
MARS	21	34492.94	00	5040	828.10	2016	7884.10	26742	- 26974.17	7518.77
AVRIL	21	34492.94	00	5040	828.10	2016	7884.10	38532	- 31013.23	3479.71
MAI	23	37777.98	00	5520	906.97	2208	8634.97	53160	- 49680.29	- 11902.31
JUIN	20	32850.42	00	4800	788.67	1920	7508.67	28726	- 40628.31	- 7777.89
JUILLET	21	34492.94	00	5040	828.10	2016	7884.10	25366	- 33143.89	1349.05
AOÛT	14	22995.29	00	3360	552.07	1344	5256.07	28033	- 26683.95	- 3688.66
SEPTEMBRE	20	32850.42	00	4800	788.67	1920	7508.67	23531	- 27219.66	5630.76
OCTOBRE	23	37777.98	00	5520	906.97	2208	8634.97	24292	- 18661.24	19116.74
NOVEMBRE	19	31207.89	00	4560	749.23	1824	7133.23	22583	- 3466.26	27741.63
DÉCEMBRE	20	32850.42	00	4800	788.67	1920	7508.67	26558	1183.63	34034.05
JANVIER-2002	21	34492.94	00	5040	828.10	2016	7884.10	23685	10349.05	44841.99
FÉVRIER	18	29565.37	00	4320	709.80	1728	6757.80	52128	- 7286.01	22279.36
MARS	20	32850.42	00	4800	788.67	1920	7508.67	27219	- 4939.64	27910.78
AVRIL	21	34492.94	00	5040	828.10	2016	7884.10	40289	- 12378.22	22114.72
MAI	20	32850.42	00	4800	788.67	1920	7508.67	57227	- 35112.28	- 2261.86
JUIN	19	31207.89	00	4560	749.23	1824	7133.23	28846	- 31107.86	100
TOTAL	361	592950.03	00	86640	14235.45	34656	135531.45	592950	--	--

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	8259.53	36135.46	8675.30	13728	00	00	1484.85	15000	00	16447.20	30
FÉVRIER	18	6757.80	29565.37	7098	11232	00	116.09	00	00	00	00	30
MARS	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	751.88	00	00	00	30
AVRIL	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	347.97	00	00	00	30
MAI	23	8634.97	37777.98	9369.70	14352	00	5951.16	00	00	00	00	30
JUIN	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	3888.95	00	00	00	00	30
JUILLET	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	134.91	00	00	00	30
AOÛT	14	5256.07	22995.29	5520.70	8736	00	1844.33	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	563.08	00	00	00	30
OCTOBRE	23	8634.97	37777.98	9369.70	14352	00	00	1911.67	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	7133.23	31207.89	7492.30	11856	00	00	2774.16	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	3403.41	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	4484.20	00	00	00	30
FÉVRIER	18	6757.80	29565.37	7098	11232	00	00	2227.94	00	00	00	30
MARS	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	2791.08	00	00	00	30
AVRIL	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	2211.47	00	00	00	30
MAI	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	1130.93	00	00	00	00	30
JUIN	19	7133.23	31207.89	7492.30	11856	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	135531.45	592950.03	142954.50	225264	00	12931.46	23096.62	15000	00	16447.20	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>435 693.78</b>	<b>--</b>

La figure illustrant les courbes cumulées de la demande prévisionnelle et de la production périodique se retrouve ci-après.

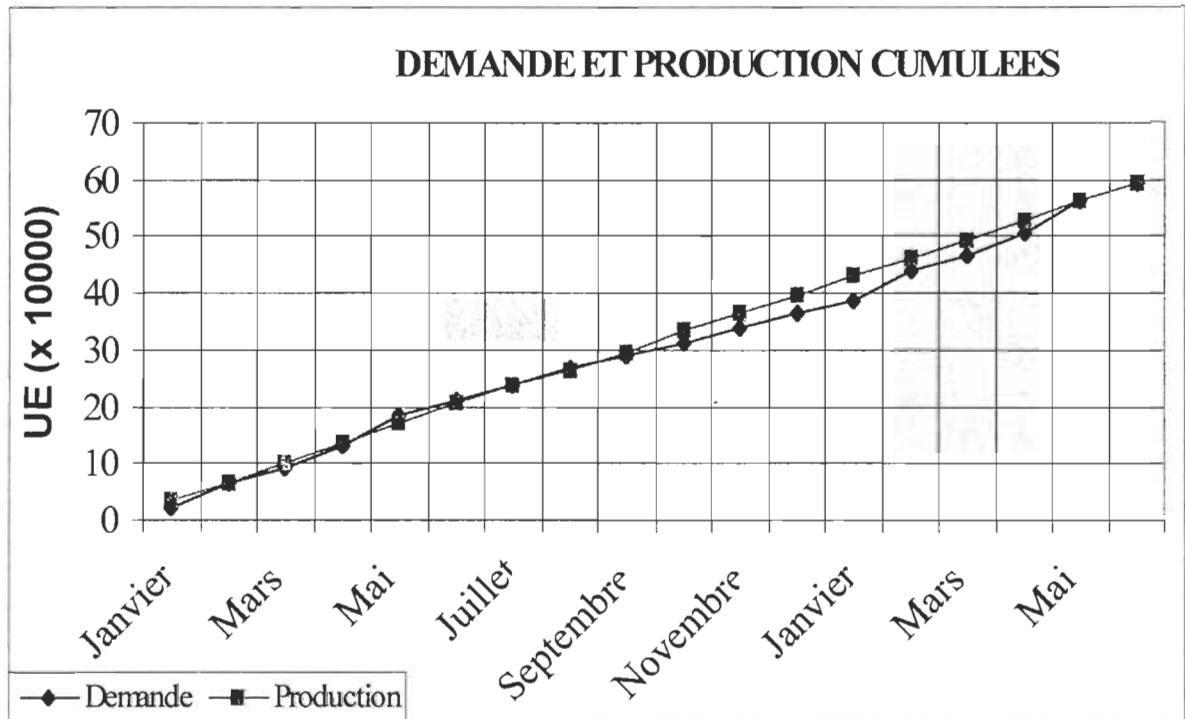


Figure 20 : Production et demande cumulées de la stratégie de Nivellement

De ce graphique, nous remarquons que la courbe de la production cumulée est continue croissante. De plus, nous observons quelques pénuries et beaucoup d'UE maintenues en stocks sur plusieurs périodes consécutives. La mesure de performance, base de nos comparaisons, demeure le CDT qui dans ce cas a une valeur de **435 693.78\$**.

#### 5.4.2.3 – Résultats obtenus avec la stratégie Min. CDT

L'ultime stratégie de résolution que nous avons utilisée avec ce modèle est la stratégie Min. CDT. Les résultats de cette stratégie de résolution sont sur les tableaux 29 et 30.

Tableau 29 : Résultats de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	PRODUCTION (UE)	ST (UE)	NOMBRE D'HH UTILISÉ PAR SOURCE DE PRODUCTION (HH)				STOCKS (UE)		
				TR	TS	TP	TOTALE	DEMANDE	INITIAL	FINAL
A	B	C	D	E	F	G	H = (E+F+G)	I	J = (K-I)	K = (C+J)
ÉTAT INITIAL	--	--	--	2640	--	--	--	--	--	100
JANVIER-2001	22	32340.20	00	5280	00	2112	7392	21387	- 21287	11053.20
FÉVRIER	18	33592.80	00	4320	1630.31	1728	7678.31	44646	- 33592.80	00
MARS	21	30870.19	00	5040	00	2016	7056	26742	- 26742	4128.19
AVRIL	21	36848.49	00	5040	1366.46	2016	8422.46	38532	- 34403.81	2444.68
MAI	23	50715.32	00	5520	3864	2208	11592	53160	- 50715.32	00
JUIN	20	29400.18	00	4800	00	1920	6720	28726	- 28726	674.18
JUILLET	21	30870.19	00	5040	00	2016	7056	25366	- 24691.82	6178.37
AOÛT	14	21854.62	00	3360	291.31	1344	4995.31	28033	- 21854.63	00
SEPTEMBRE	20	29400.18	00	4800	00	1920	6720	23531	- 23531	5869.18
OCTOBRE	23	33810.21	00	5520	00	2208	7728	24292	- 18422.82	15387.39
NOVEMBRE	19	27930.17	00	4560	00	1824	6384	22583	- 7195.61	20734.56
DÉCEMBRE	20	29400.18	00	4800	00	1920	6720	26558	- 5823.44	23576.74
JANVIER-2002	21	30870.19	00	5040	00	2016	7056	23685	- 108.26	30761.93
FÉVRIER	18	26460.17	00	4320	00	1728	6048	52128	- 21366.07	5094.10
MARS	20	29400.18	00	4800	00	1920	6720	27219	- 22124.90	7275.28
AVRIL	21	46140.43	00	5040	3490.32	2016	10546.32	40289	- 33013.72	13126.71
MAI	20	44100.28	00	4800	3360	1920	10080	57227	- 44100.29	00
JUIN	19	28946	00	4560	232.19	1824	6616.19	28846	- 28846	100
TOTAL	361	592949.98	00	86640	10744.27	34656	132040.27	592950	--	--

Tableau 30 : Coûts de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	7392	32340.20	00	13728	00	00	1105.30	15000	00	16447.20	30
FÉVRIER	18	7678.31	33592.80	16303.10	11232	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	412.80	00	00	00	30
AVRIL	21	8422.46	36848.49	13664.60	13104	00	00	244.47	00	00	00	30
MAI	23	11592	50715.32	38640	14352	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	6720	29400.18	00	12480	00	00	67.42	00	00	00	30
JUILLET	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	617.84	00	00	00	30
AOÛT	14	4995.31	21854.62	2913.10	8736	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	6720	29400.18	00	12480	00	00	586.92	00	00	00	30
OCTOBRE	23	7728	33810.21	00	14352	00	00	1538.74	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	6384	27930.17	00	11856	00	00	2073.46	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	6720	29400.18	00	12480	00	00	2357.67	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	3076.19	00	00	00	30
FÉVRIER	18	6048	26460.17	00	11232	00	00	509.41	00	00	00	30
MARS	20	6720	29400.18	00	12480	00	00	727.53	00	00	00	30
AVRIL	21	10546.32	46140.43	34903.20	13104	00	00	1312.67	00	00	00	30
MAI	20	10080	44100.28	33600	12480	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	6616.19	28946	2321.90	11856	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	132040.27	592949.98	142345.90	225264	00	00	14640.42	15000	00	16447.20	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>413 697.52</b>	--

Comme lors de la visualisation des résultats des stratégies précédentes, la figure 21 montre les courbes cumulées de la production et de la demande prévisionnelle périodique.

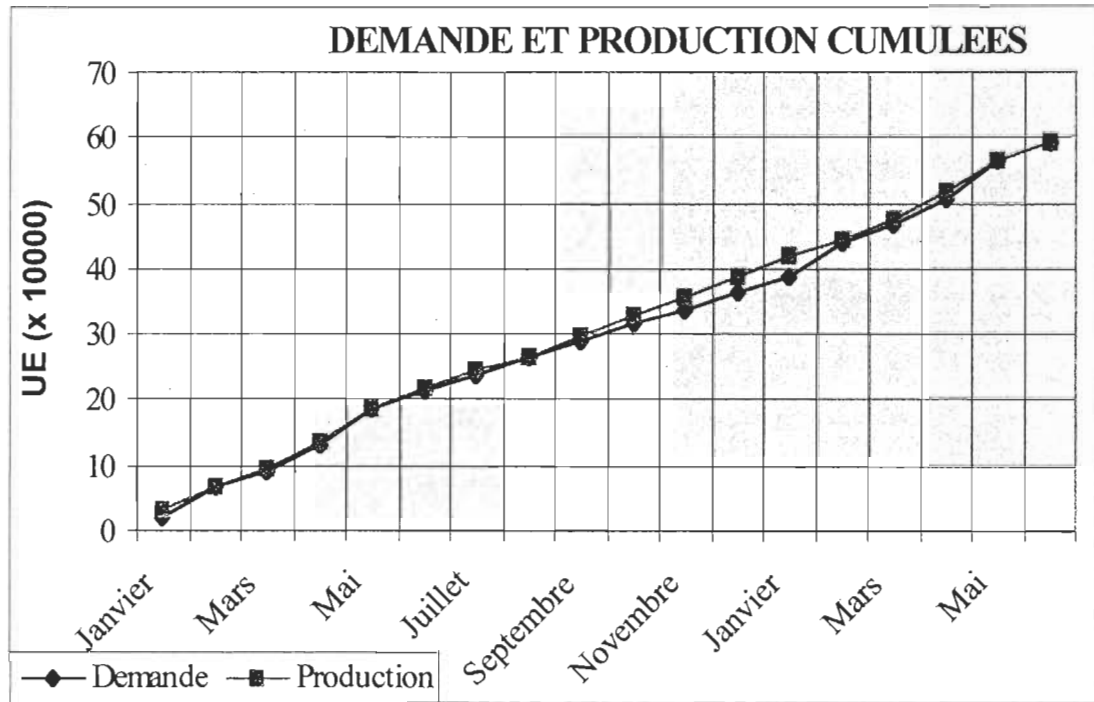


Figure 21 : Production et demande cumulées de la stratégie Min. CDT

Sur ces courbes, nous remarquons qu'il n'y a aucunes pénuries, cependant, des stocks existent sur plusieurs périodes de l'horizon de planification. Pour cette stratégie, nous avons un  $CDT_{Min}$  de 413 697.52\$.

#### 5.4.2.4 – Interprétation des résultats

L'analyse des résultats du modèle faisant intervenir les coûts de variation du niveau de la main-d'œuvre, en terme d'HH, est en tout point semblable à l'analyse que nous venons d'effectuer sur le modèle utilisant les changements du taux de production.

Aussi, pour ne pas risquer de faire des répétitions, nous comparons directement les différents CDT obtenus des trois stratégies de résolution qui, comme précédemment, sont basées sur l'équation (40). Dans ce cas, nous avons obtenu :

1. Stratégie Synchrones :  $CDT_{Syn} = \sum(\text{Coûts}) = 505896.94\$$
2. Stratégie de Nivellement :  $CDT_{Niv} = \sum(\text{Coûts}) = 435693.78\$$
3. Stratégie Min. CDT :  $CDT_{Min} = \sum(\text{Coûts}) = 413697.52\$$

Nous voyons que le  $CDT_{Min}$  est supérieur de **5 %** au  $CDT_{Niv}$  et avoisine les **23 %** lorsqu'il est comparé au  $CDT_{Syn}$ .

Remarquons que ce modèle est plus naturel et donc d'utilisation plus aisée pour la compagnie «*Boîte à Outils*». Cela vient du fait que nous travaillons avec des HH et pas de UE qui, si nous nous en souvenons, représentent un artifice mathématique nous permettant de ramener toute une gamme de famille de produits sur une base de comparaison unique. Les HH, elles, représentent la réalité de la vie quotidienne où à chaque employé correspond un taux horaire servant à l'établissement des fiches de paie. De cette précision, nous allons directement à l'étape de mise en place d'une stratégie mixte qui, comme dans le modèle usant des changements du taux de production, nous servira d'outil de comparaison. Soulignons tout de même que nous sommes dans la première perspective, c'est-à-dire celle où un employé moyen fabrique 35 UE/Jour. Cette précision peut-être utile dans la mesure où la discussion précédente aurait pu nous induire en erreur.

Cette stratégie que nous allons simuler combine la stratégie Min. CDT, la stratégie de nivellement et la stratégie synchrone, respectivement. Le tableau des coûts (tableau 31) ci-dessous, brosse un aperçu des données essentielles à la compréhension du programme de planification intégrée de cette stratégie mixte; le tableau des données relatives à la production pourrait être facilement retrouvé.

3

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	10	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	7392	32340.20	00	13728	00	00	1105.32	15000	00	15840	30
FÉVRIER	18	7678.31	33592.80	16303.10	11232	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	412.82	00	00	00	30
AVRIL	21	8422.46	36848.49	13664.60	13104	00	00	244.47	00	00	00	30
MAI	23	11592	50715.32	38640	14352	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	6588.76	28826	00	11626.94	00	00	10	00	00	00	30
JUILLET	21	6168.74	26988.23	00	7336.81	00	00	172.22	00	00	00	30
AOÛT	14	4112.49	17992.15	00	4891.19	00	4159.31	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	5874.99	25703.08	00	6987.44	00	3073.27	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	6756.24	29558.54	00	8035.56	00	440	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	5581	24417.92	00	6638.06	00	00	95.49	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	5874.99	25703.08	00	6987.44	00	00	10	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	5390.86	23585	00	2280.59	00	00	00	00	00	00	30
FÉVRIER	18	9133.71	52128	30857.10	11232	51227.28	00	00	00	00	00	30
MARS	20	6221.49	27219	00	9239.69	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	9208.91	40289	21529.10	13104	00	00	00	00	00	00	30
MAI	20	10148.57	57227	34285.70	12480	54001.67	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	6616.23	28946	2322.30	11856	00	00	10	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	157601.90	178215.72	105228.95	7672.58	2060.32	15000	00	15840	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>481 619.47</b>	<b>--</b>



De cette combinaison mixte, nous vous présentons ci-après, les coûts relatifs à la mise en place de cette stratégie de production.

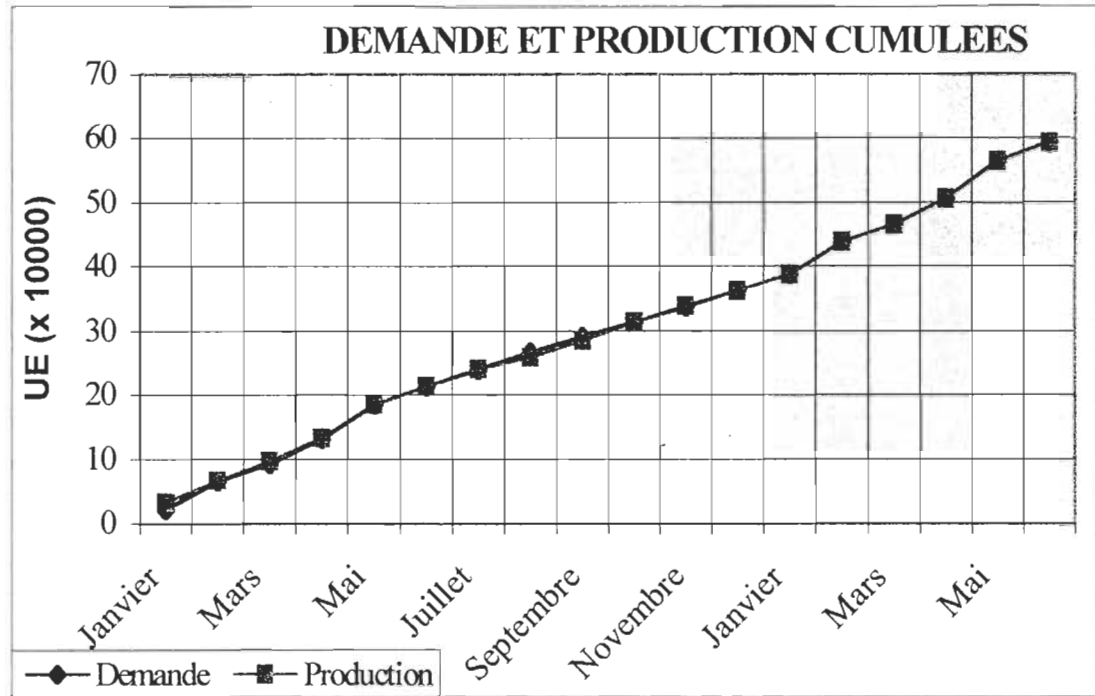


Figure 22 : Graphique cumulé d'une stratégie mixte (M/O)

Le calcul du CDT de cette stratégie, basé sur l'équation (40) vu précédemment, donne comme valeur :  $CDT_{Mix} = \sum(\text{Coûts}) = 481619.47\$$ . Nous remarquons qu'il n'y a que la stratégie Synchronique qui donne un CDT plus élevé que cette combinaison que nous venons de mettre en place. Une comparaison rapide montre que le  $CDT_{Min}$  est meilleur de presque que 16.5 % par rapport au  $CDT_{Mix}$ .

Abordons enfin le cas où nous faisons varier et le coût de maintien d'une UE en inventaire et celui de l'acceptation d'une UE en pénurie comme dans l'analyse du modèle précédent. Rappelons tout de même les valeurs de ces deux coûts :

1. Coût de maintien d'une UE en stock = 0.75 \$/UE/Période,
2. Coût d'une UE en pénurie = 1.15 \$/UE/Période.

Nous garderons les mêmes données de référence (tableaux 10, 11 et 12) pour avoir une vue systémique de la direction à prendre lorsque nous utilisons des utilitaires tels que PIAO dans l'optique d'un outil d'aide décisionnel.

Les résultats des trois stratégies ainsi que de la stratégie mixte qui cette fois utilisera comme combinaison stratégique les méthodes synchrone – nivellement – Min. CDT sont présentés ci-dessous :



La stratégie synchrone nous montre des résultats aussi intéressants que dans les sections précédentes. Auparavant visualisons le graphique des résultats cumulés de la figure 23 ci-dessous.

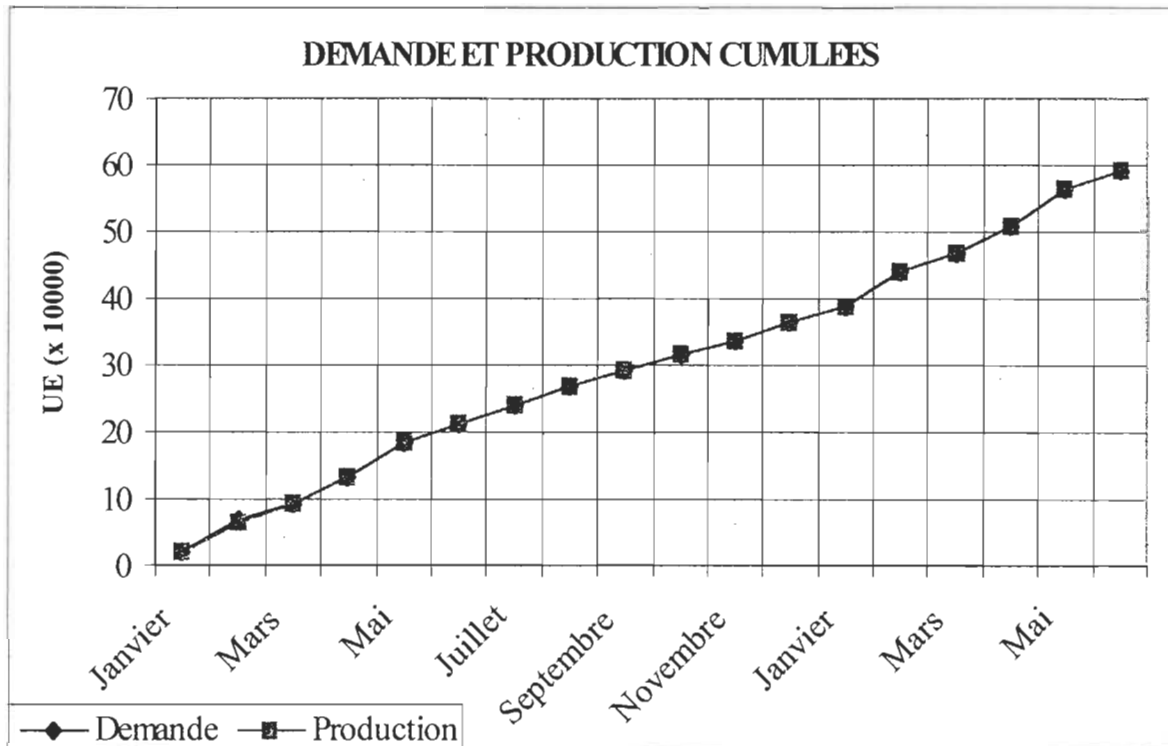


Figure 23 : Demande et Production cumulées de la stratégie Synchrone

Ainsi, les courbes de la production cumulée et de la demande cumulée sont superposées l'une sur l'autre et ne contiennent ni stocks ni UE en pénurie. La valeur du CDT pour cette stratégie est de :  $CDT_{Syn} = \sum(\text{Coûts}) = 505961.94\$$ .

Les résultats de la stratégie de nivellement se retrouvent sur le tableau 33 ci-dessous.

Tableau 33 : Coûts de la stratégie de Nivellement

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	8259.53	36135.46	8675.30	13728	00	00	11136.35	15000	00	16447.20	30
FÉVRIER	18	6757.80	29565.37	7098	11232	00	267	00	00	00	00	30
MARS	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	5639.08	00	00	00	30
AVRIL	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	2609.78	00	00	00	30
MAI	23	8634.97	37777.98	9069.70	14352	00	13687.66	00	00	00	00	30
JUIN	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	8944.57	00	00	00	00	30
JUILLET	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	1011.79	00	00	00	30
AOÛT	14	5256.07	22995.29	5520.70	8736	00	4241.96	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	4223.07	00	00	00	30
OCTOBRE	23	8634.97	37777.98	9069.70	14352	00	00	14337.56	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	7133.23	31207.89	7492.30	11856	00	00	20806.22	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	25525.54	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	33631.49	00	00	00	30
FÉVRIER	18	6757.80	29565.37	7098	11232	00	00	16709.52	00	00	00	30
MARS	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	00	20933.09	00	00	00	30
AVRIL	21	7884.10	34492.94	8281	13104	00	00	16586.04	00	00	00	30
MAI	20	7508.67	32850.42	7886.70	12480	00	2601.14	00	00	00	00	30
JUIN	19	7133.23	31207.89	7492.30	11856	00	00	75.02	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950.03	142354.50	225264	00	29742.33	173224.53	15000	00	16447.20	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											602 032.56	--

La stratégie de nivellement pour une production quotidienne de 35 UE/Jour/Employé et avec les coûts, pour le maintien et l'acceptation des pénuries modifiés comme plus haut, donne les résultats cumulés suivants :

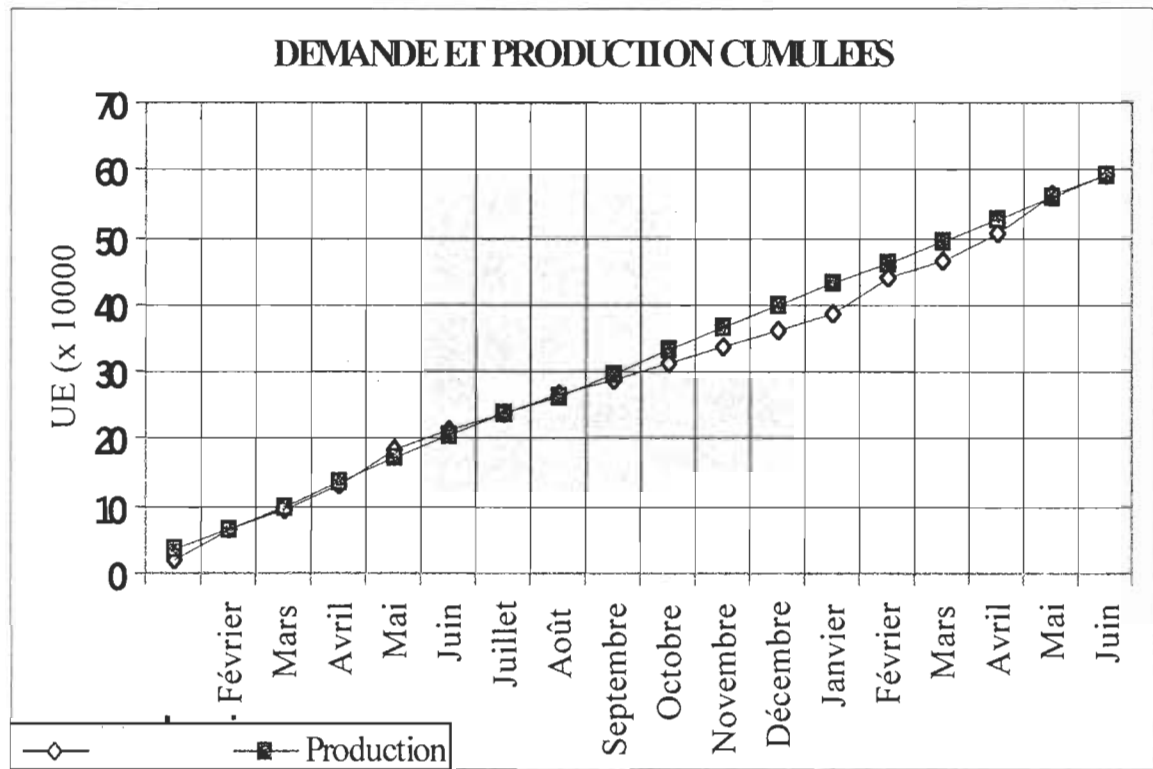


Figure 24 : Demande et production cumulées de la stratégie de nivellement

Nous voyons sur la figure 24 un maintien en stocks aussi important que dans le cas de la figure 20 plus haut et des pénuries aussi faible que sur le même graphique. Par contre, nous avons un CDT plus élevé et dont la valeur est :  $CDT_{Niv} = \sum(Coûts) = 602032.56\$$ .

La stratégie Min. CDT, pour ce modèle d'optimisation basé sur la variation de l'effectif ouvrier, donne les résultats du tableau 34 de la page suivante.

Tableau 34 : Coûts de la stratégie Min. CDT

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	7392	32340.20	00	13728	00	00	8289.90	15000	00	16447.20	30
FÉVRIER	18	7678.31	33592.80	16303.10	11232	00	00	00	00	00	00	30
MARS	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	3096.14	00	00	00	30
AVRIL	21	8422.46	36848.49	13664.60	13104	00	00	1833.51	00	00	00	30
MAI	23	11592	50715.32	38640	14352	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	6565.90	28726	00	11478.35	00	00	00	00	00	00	30
JUILLET	21	7056	30870.19	00	13104	00	00	4128.14	00	00	00	30
AOÛT	14	5149.41	22528.81	4454.10	8736	00	00	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	5378.48	23531	00	3760.12	00	00	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	5552.42	24292	00	210.73	00	00	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	5161.80	22583	00	3911.70	00	00	00	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	6720	29400.18	00	12480	00	00	2131.64	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	7606.94	33280.57	5509.40	13104	00	00	9328.31	00	00	00	30
FÉVRIER	18	9072	39690.25	30240	11232	00	00	00	00	00	00	30
MARS	20	7846.68	34329.43	11266.80	12480	00	00	5332.82	00	00	00	30
AVRIL	21	10584	46305.29	35280	13104	00	00	9845.04	00	00	00	30
MAI	20	10080	44100.28	33600	12480	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	6616.19	28946	2321.90	11856	00	00	75	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	191279.90	193456.90	00	00	44060.50	15000	00	16447.20	--
COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)											460 244.50	--

Les résultats de la stratégie Min. CDT donnent le graphique cumulé de la figure 25 ci-dessous :

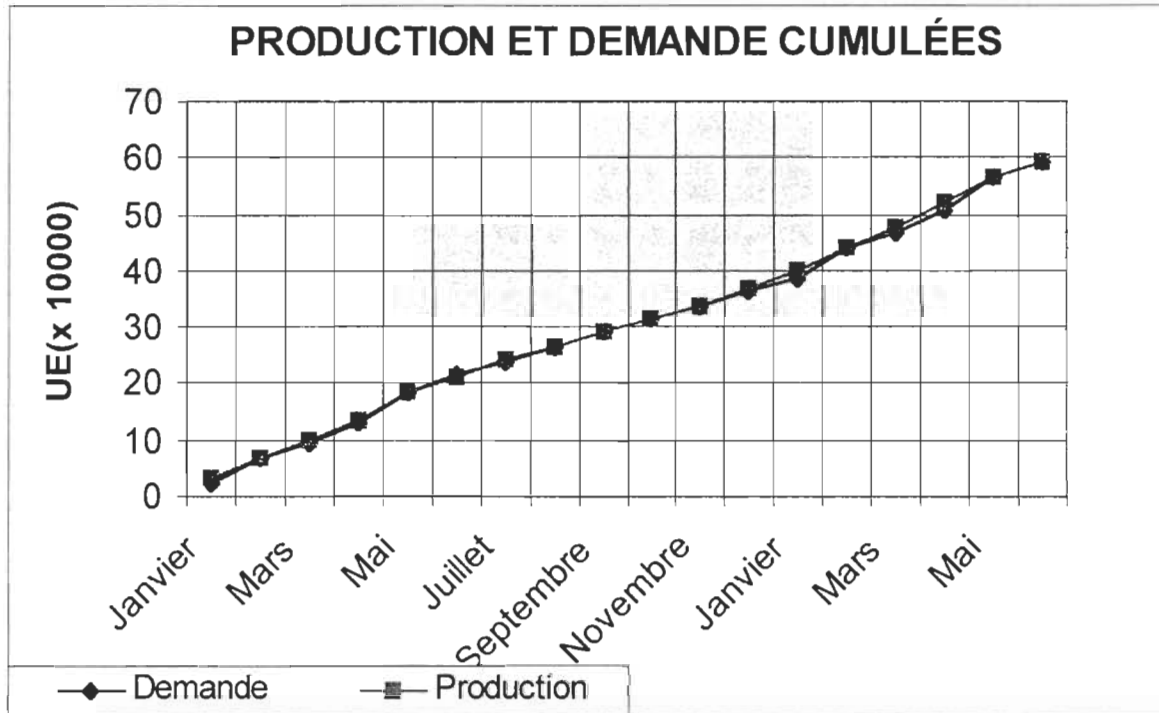


Figure 25 : Demande et production cumulées de la stratégie Min. CDT

Les courbes cumulées de cette stratégie montrent une absence de pénuries, des stocks peu importants (ce sont des denrées périssables) et finalement une valeur pour la mesure de comparaison commune de :  $CDT_{Min} = \sum(\text{Coûts}) = 460244.50\$$ . À l'allure des courbes, nous remarquons que c'est une stratégie qui avoisine la stratégie synchrone avec très peu de stocks. En effet, les deux courbes semblent se superposer l'une sur l'autre de façon grossière si nous faisons abstraction des périodes de janvier-2002 et de mars à mai-2002.

Comme dans les cas précédents, la stratégie Min. CDT donne le meilleur résultat général possible. En effet, le  $CDT_{Min}$  donne une production ayant un coût global de fabrication **10 %** moins dispendieux que la stratégie Synchrone. Par rapport à la stratégie de nivellement,  $CDT_{Min}$  offre une amélioration de l'ordre de **31 %**.



Nous pourrions dire un mot sur le fait que la stratégie synchrone soit meilleure que la stratégie de nivellement. La stratégie de nivellement permet des maintiens en inventaires (et des pénuries mêmes) parfois trop important. Ce que la stratégie synchrone ne permet pas. Les coûts associés peuvent, dans tous les cas, jouer contre la stratégie de nivellement, ce qui expliquerait que son CDT soit pire que celui de la stratégie synchrone. L'une des raisons essentielles de cette particularité vient du fait que la variation de l'effectif ouvrier est relativement lissée, c'est-à-dire que nous ne passons pas de quatre (4) ou cinq (5) employés à vingt huit (28) ou trente (30) employés d'une période à la suivante. Ce changement brusque du niveau de la main-d'œuvre aurait eu l'effet d'entraîner des coûts d'embauche et/ou licenciement plus importants, de même que les coûts associés aux changements du niveau de la main-d'œuvre. Or dans l'exemple numérique que nous avons proposé ici, l'effectif ouvrier varie toujours dans un «corridor» de valeurs qui, malgré qu'elles introduisent des coûts d'embauche/licenciement, n'ont pas vraiment d'effet significatif sur la somme des coûts totaux. Il est vrai que ce nombre d'employé atteint parfois sa limite de trente (30) usagers, mais cela sans aucune variation brusque.

Pour compléter l'analyse des résultats de la simulation du plan intégré, nous vous présentons le modèle des stratégies combinées. La combinaison se fera dans l'ordre suivant : stratégie synchrone – stratégie de nivellement – stratégie de Min. CDT. Les résultats sont présentés sur le tableau 35 et la figure 26 ci-dessous.

Tableau 35 : Coûts d'une stratégie mixte (M/O)

PÉRIODE	NBRE DE JOURS	HH UTILISÉ	PRODUCTION (EN UE)	COÛTS (\$)								NBRE EMPLOYÉ
				TS	TP	ST	PÉNURIE	STOCKS	EMBAUCHE	LICENCIEMENT	VARIATION	
A	B	H	C	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
ÉTAT INITIAL	--	2640	--	--	--	--	--	75	--	--	--	15
JANVIER-2001	22	4865.6	21287	00	00	00	00	00	12650	00	13358.40	27.65
FÉVRIER	18	9133.71	44646	30857.10	11232	19728.06	00	00	2350	00	2030.40	30
MARS	21	6112.46	26742	00	6970.99	00	00	00	00	00	00	30
AVRIL	21	8807.31	38532	17513.10	13104	00	00	00	00	00	00	30
MAI	23	11670.86	53160	39428.60	14352	8841	00	00	00	00	00	30
JUIN	20	6588.80	28826	00	11627.20	00	00	75	00	00	00	30
JUILLET	21	6168.74	26988.23	00	7336.81	00	00	1291.67	00	00	00	30
AOÛT	14	4112.49	17992.15	00	4891.19	00	9566.41	00	00	00	00	30
SEPTEMBRE	20	5874.99	25703.08	00	6987.44	00	7068.52	00	00	00	00	30
OCTOBRE	23	6756.24	29558.54	00	8035.56	00	1012	00	00	00	00	30
NOVEMBRE	19	5581.24	24417.92	00	6638.06	00	00	716.19	00	00	00	30
DÉCEMBRE	20	5874.99	25703.08	00	6987.44	00	00	75	00	00	00	30
JANVIER-2002	21	8233.77	36022.75	11777.20	13104	00	00	9328.31	00	00	00	30
FÉVRIER	18	9072.06	39690.25	30240	11232	00	00	00	00	00	00	30
MARS	20	7846.73	34329.43	11266.80	12480	00	00	5332.82	00	00	00	30
AVRIL	21	10584.07	46305.29	35280	13104	00	00	9845.04	00	00	00	30
MAI	20	10080.06	44100.28	33600	12480	00	00	00	00	00	00	30
JUIN	19	6616.23	28946	2321.90	11856	00	00	75	00	00	00	30
TOTAL	361	--	592950	212284.70	172418.69	28569.06	17646.93	26739.03	15000	00	15388.80	--
<b>COÛT DIFFÉRENTIEL TOTAL (\$)</b>											<b>488 047.21</b>	--

Cette nouvelle combinaison donne le graphique des courbes cumulées suivant :

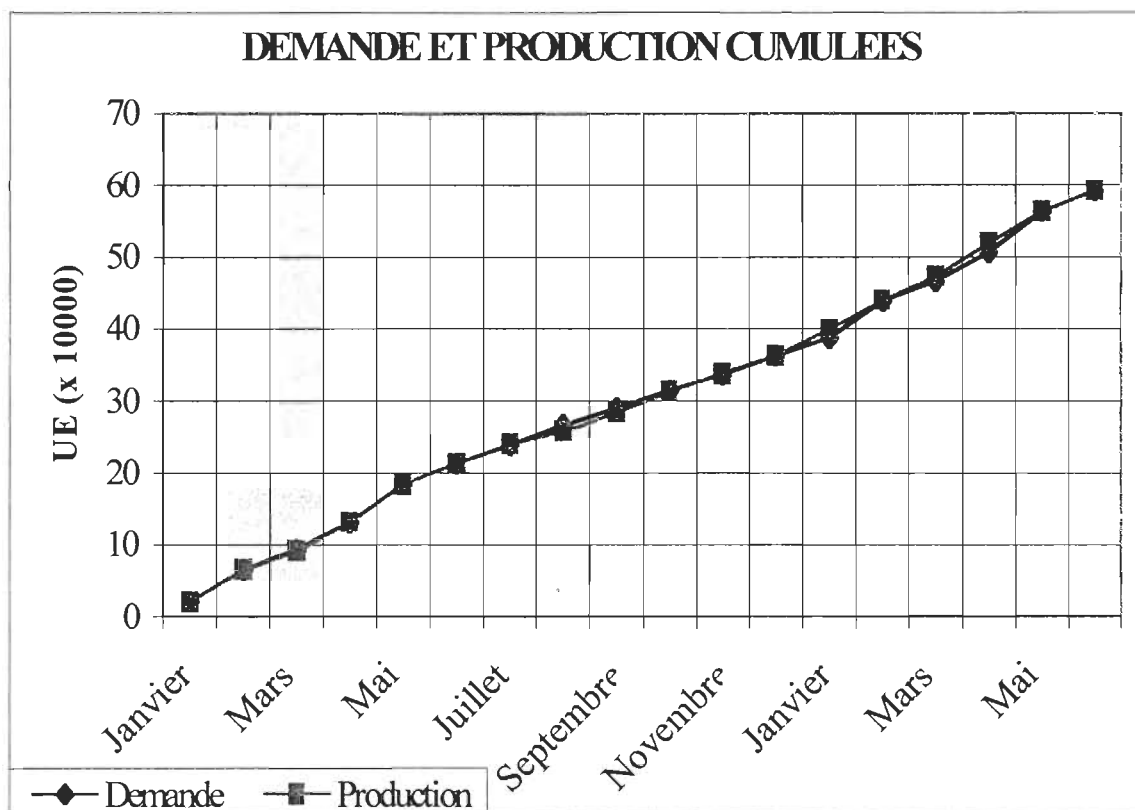


Figure 26 : Graphe cumulé d'une autre stratégie mixte (M/O)

Peu d'inventaire et très peu de pénuries accompagnent cette stratégie mixte qui nous donne un CDT de l'ordre de :  $CDT_{Mix} = \sum(\text{Coûts}) = 488047.21\$$ .

## CONCLUSION

Tirer une conclusion sur des travaux de recherche n'est généralement pas l'une des tâches les plus appréciées pour le chercheur. En effet, plus le travail de recherche évolue et plus nous saisissons des notions qui nous paraissaient quelque peu obscures. De plus, lorsque le sujet de recherche est mené à son terme, nous nous apercevons des énormes modifications plus ou moins utiles que nous aurions pu y apporter pour rendre le logiciel plus robuste, quoiqu'il ait été développé dans cette optique. Toutefois, dans le quotidien d'un ingénieur ou d'un chercheur, nous aurons toujours, à un moment ou à un autre, l'obligation de clore nos discussions.

Le développement de PIAO, comme énoncé précédemment, s'inscrit dans le cadre et le souci du milieu manufacturier québécois d'améliorer constamment leur mode de gestion stratégique. PIAO fait partie de la famille des outils d'aide décisionnel dit de la GPAO afin d'assister les gestionnaires dans le processus d'amélioration continue de la productivité.

La pertinence et l'utilité d'une telle application ont largement été couverts tout au long de ce mémoire de maîtrise. Nous reviendrons, tout de même, sur des principes fondamentaux qui sous-tendent ce travail de recherche.

La saisonnalité de la demande prévisionnelle n'a pas toujours été prise en compte dans les différents utilitaires informatiques qui existent. Or, plus de 70% des PME québécoises évoluent aux rythmes climatiques nord-américain. Il était donc impératif d'inclure cette notion centrale dans nos travaux de recherche.

La mise à jour des modèles de base empruntés à Johnson et Montgomery (1974) constituent l'essence même de ce mémoire. La codification informatique, quoique nécessaire et essentielle, devient malgré tout secondaire une fois que la validation des

modèles est effectuée. À ce propos, nous référons les lecteurs familiers avec les modèles d'optimisation mathématique LP à jeter un coup d'œil à l'annexe **1B** afin de voir le modèle généré en vue de l'optimisation.

Le CDT dont nous nous servons afin de comparer les stratégies les unes aux autres, permet aussi d'avoir une idée sur la valeur des résultats obtenus et de la simplicité avec laquelle PIAO résout des problèmes relativement complexes. Ils nous ont également permis de vérifier que la stratégie de minimisation du CDT donnait, dans tous les cas, le meilleur résultat possible au détriment des autres stratégies de production qualifiées de stratégies extrêmes.

Il serait inopportun de passer sous silence les possibilités d'ouverture du sujet et des recherches possibles qui peuvent en découler. Il est vrai que ces modèles d'optimisation ont été développés depuis le milieu des années 1950, seulement avec l'émergence du multimédia, l'informatique est devenue une ressource incontournable dans tous les secteurs d'activités actuels et à venir. Avec cette vision, il serait possible d'élargir ce développement à des entreprises du secteur tertiaire comme les bureaux d'études, les firmes de génie conseils, etc. Pour ma part, je considère que même dans le milieu manufacturier, il demeure quelques points d'ouverture, notamment l'interrelation entre ce module réalisant la planification intégrée et des modules subséquents, présentés à la figure 2, comme le PDP, le module MRP et l'ordonnancement. La planification intégrée est une stratégie de résolution des problèmes manufacturiers qui visent à répondre aux exigences de la demande compte tenu de plusieurs paramètres. Cette optique nous contraint donc à avoir une certaine abstraction des notions comme les temps de mise en course (set-up), la répartition des ressources, la gestion des capacités, etc. qui relèvent beaucoup plus de l'ordonnancement de la production.

La contribution scientifique majeure de ce mémoire de maîtrise est le fait que des modèles classiques de planification intégrée aient été revus, augmentés, validés et expérimentés. En effet, à partir des modèles de bases, nous sommes parvenus à les modéliser de façon à ce qu'ils tiennent compte des aspects tels que l'utilisation de plusieurs

sources de production pour plusieurs familles de produits et sur un horizon de planification de plusieurs périodes. La codification informatique d'algorithmes servant à l'optimisation ne représentant qu'une facette nous permettant d'éclairer les lecteurs sur les avantages de l'utilisation d'une telle application qui, jusqu'alors n'avait pas bénéficiée d'une cure de rajeunissement, entendez par-là d'une remise à jour. Et de ce fait, ces modèles ne pouvaient clairement démontrer leur pertinence dans les applications du milieu manufacturier actuel.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ATEME-NGUEMA, B., H. et DROLET, J. (1999). Conception d'un logiciel d'aide à la planification intégrée d'entreprise. *Proceedings of 3rd International Industrial Engineering Conference*, 2, pp. 917-927.
- BECKMAN, M. J. (1961). Production smoothing and inventory control. *Operations Research*, 9, pp. 456-467.
- BOWMAN, E. H. (1963). Consistency and optimality in managerial decision making. *Management Science*, 9 (9), pp. 310-321.
- DEZIEL, D. P. and EILON, S. (1967). A linear production-inventory control rule. *The Production Engineer*, 46, pp. 93-104.
- DROLET, J., ABDULNOUR, G., GÉLINAS, R. and JACOB, R (1995). MRP-2 : Defining The Next Generation. *Proceedings of the 2nd Conference on Industrial Engineering and Management Systems 1995*, pp. 7-13.
- EILON, S. (1975). Five approaches to aggregate production planning. *AIIE transactions*, 7 (2), pp. 118-131.
- EILON, S. (1972). The production smoothing problem. *The Production Engineer*, 52, pp. 123-129.
- HANSSMANN, F. and HESS, S.W. (1960). A linear programming approach to production and employment scheduling. *Management Technology*, 1 (1), pp. 46-51.

- HOLT, C. C., MODIGLIANI, F. and MUTH, J. F. (1956). Derivation of a linear decision rule for production and employment. *Management Science*, 2 (2), pp. 159-177.
- HOLT, C. C., MODIGLIANI, F., MUTH, J. F. and SIMON, H. A. (1960). Planning production, inventories and work force. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall inc.
- HOLT, C. C., MODIGLIANI, F. and SIMON, H. A. (1955). A linear decision rule for production and employment scheduling. *Management Science*, 2 (1), pp. 1-30.
- JOHNSON, L. A. and MONTGOMERY, D. C. (1974). Operations research in production planning, scheduling and inventory control. New York : John Wiley & Sons inc.
- LIPPMAN, S. A., ROLFE, A. J., WAGNER, H. M. and YUAN, J. S. C. (1967). Optimal production scheduling and employment smoothing with deterministic demands. *Management Science*, 14 (3), pp. 127-158.
- MICROSOFT. (1996). Visual FoxPro, Developer's Guide, Relational Database development System for Windows. Version 5.0, Microsoft Corporation.
- MICROSOFT. (1995). Visual FoxPro, Guide du développeur, Système de gestion de base de données relationnelles pour Windows. Version 3.0, Microsoft Corporation.
- MICROSOFT. (1998). Visual FoxPro, Programmer's Guide : The Essentiel Guide to Microsoft Visual FoxPro 6.0. Version 6.0, Microsoft Corporation.
- MILLS, E. S. (1955). The theory of inventory decisions. *Econometrica*, 23, pp. 46-66.
- NOLLET, J., KELADA, J. et DIORIO, M. O. (1986). La gestion des opérations et de la production, une approche systémique. Boucherville : Gaétan Morin éditeur.



SCHRAGE, L. (1991). LINDO : An Optimization Modeling System », 4e édition, Boyd & Fraser Publishing Company.

TAUBERT, W. H. (1968). A search decision rule for the aggregate scheduling problem. *Management Science*, 14 (6), pp. B343-B359.

## ANNEXES

Nous vous présentons dans l'annexe 1A les différents écrans de saisie des informations utilisées par le logiciel PIAO, et dans l'annexe 1B nous donnons le modèle mathématique généré par PIAO en vue du processus d'optimisation via Lindo.

## ANNEXE 1A

Cette annexe illustre quelques fenêtres de l'interface du logiciel PIAO.



Figure 1A : Écran de bienvenue dans l'environnement PIAO

PLANIFICATION INTÉGRÉE D'ENTREPRISE - Identification

Usager: aternengu

Mot de passe : \*\*\*\*

Changer votre mot de passe ?

OK Annuler ?

Figure 2A : Saisie du nom d'utilisateur et du mot de passe

**PLANIFICATION INTÉGRÉE D'ENTREPRISE - Configuration sur les taux et les coûts**

**Élément essentiel à la production**

Coefficient d'efficacité de la compagnie :  %

Coût d'acquisition des matières pour la production :  \$

Résultats numériques en nombres réels ? ☒ Oui

**EMPLOYÉS** | **INVENTAIRES** | **TAUX DE PRODUCTION** | **COÛTS DE PRODUCTION**

**Données relatives à l'embauche et/ou au licenciement**

Coût d'embauche d'un employé à temps régulier (TR) :  \$ / Employé

Coût de licenciement d'un employé à Temps Régulier (TR) :  \$ / Employé

**Données sur la main-d'œuvre**

Nombre d'employés disponibles sur le plancher de production :  Employés

Nombre maximum d'employés utilisables :  Employés

Un employé moyen fabrique :  U.E. / Jour (quart de 8 hrs)

Voulez-vous limiter les sources de production additionnelles ? ☒ Oui

**Pourcentage d'utilisation des sources de production additionnelles**

Usage maximal de cette source (TS) par rapport au TR :  %

Usage maximal de cette source (TP) par rapport au TR :  %




Figure 3A : Saisie des paramètres d'optimisation

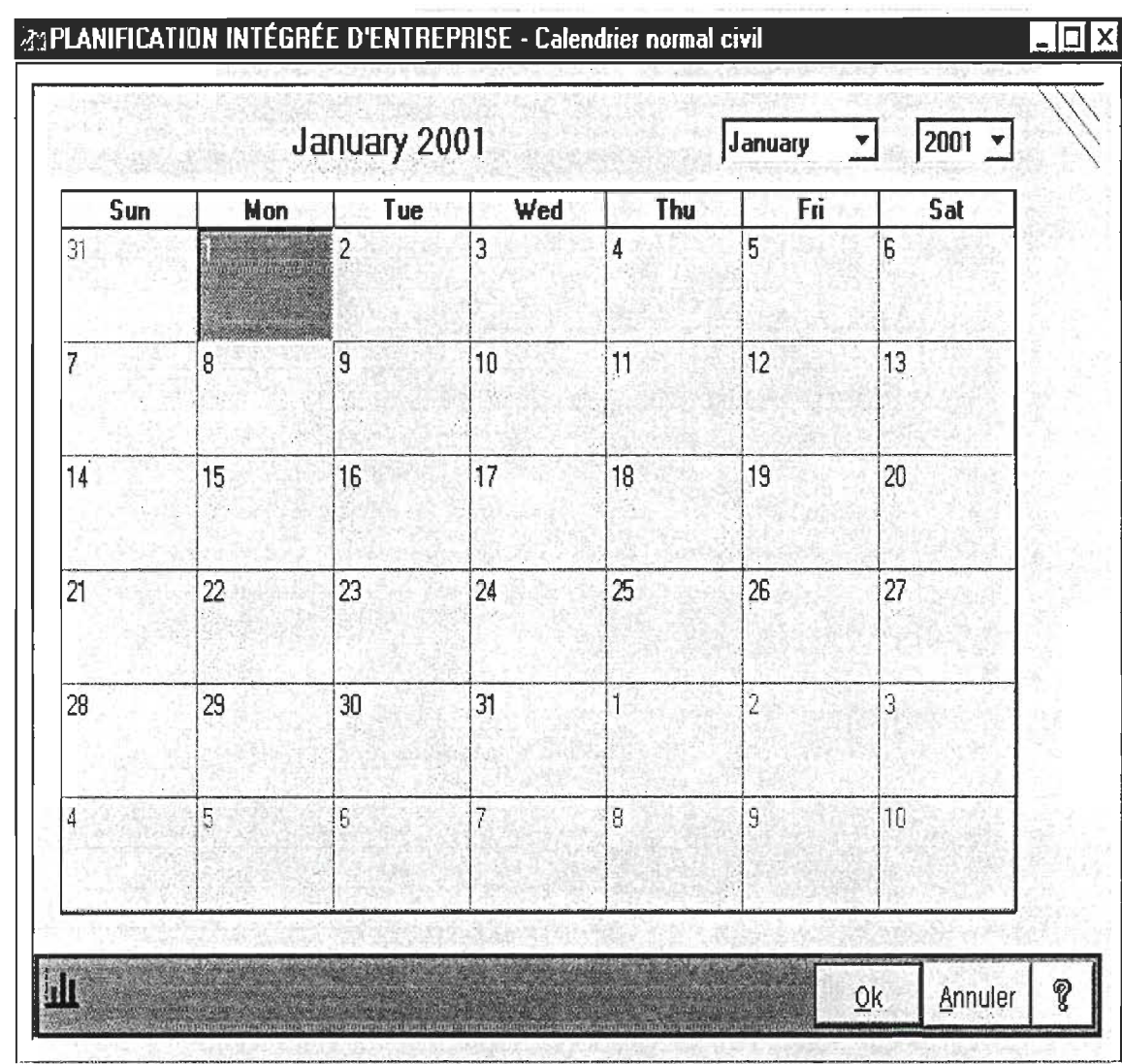


Figure 4A : Indication de la date du début du plan



**PLANIFICATION INTÉGRÉE D'ENTREPRISE - Calendrier d'une semaine standard de planification**

Type de calendrier en vu de la planification : Calendrier Standard (CS) Pour : 18 Mois

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Heure max : <span>40.0</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>
<u>Quart # 1</u> : Heure début :	<span>08:00</span>	<span>08:00</span>	<span>08:00</span>	<span>08:00</span>	<span>08:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>
Durée :	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>8.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>
<u>Quart # 2</u> : Heure début :	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>
Durée :	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>
<u>Quart # 3</u> : Heure début :	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>	<span>00:00</span>
Durée :	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>	<span>0.00</span>

Modifier M.A.J. Std Annuler ?

Figure 5A : Calendrier standard de production

**PLANIFICATION INTÉGRÉE D'ENTREPRISE - Visualisation du calendrier de production planifié**

Choix du type de calendrier pour la planification : Calendrier Planifié (CP) Pour : 18 Mois

Semaine	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
No semaine : <span>1</span>	01/01/01	02/01/01	03/01/01	04/01/01	05/01/01	06/01/01	07/01/01
Heure max : <span>32.00</span>	0.00	8.00	8.00	8.00	8.00	0.00	0.00
<u>Quart #1</u> : Heure début :	00:00	08:00	08:00	08:00	08:00	00:00	00:00
Durée :	0.00	8.00	8.00	8.00	8.00	0.00	0.00
<u>Quart #2</u> : Heure début :	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00
Durée :	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<u>Quart #3</u> : Heure début :	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00	00:00
Durée :	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

← →
Ok Modifier Fériés Purger Annuler ?

Figure 6A : Détermination des jours ouvrables sur l'horizon de planification



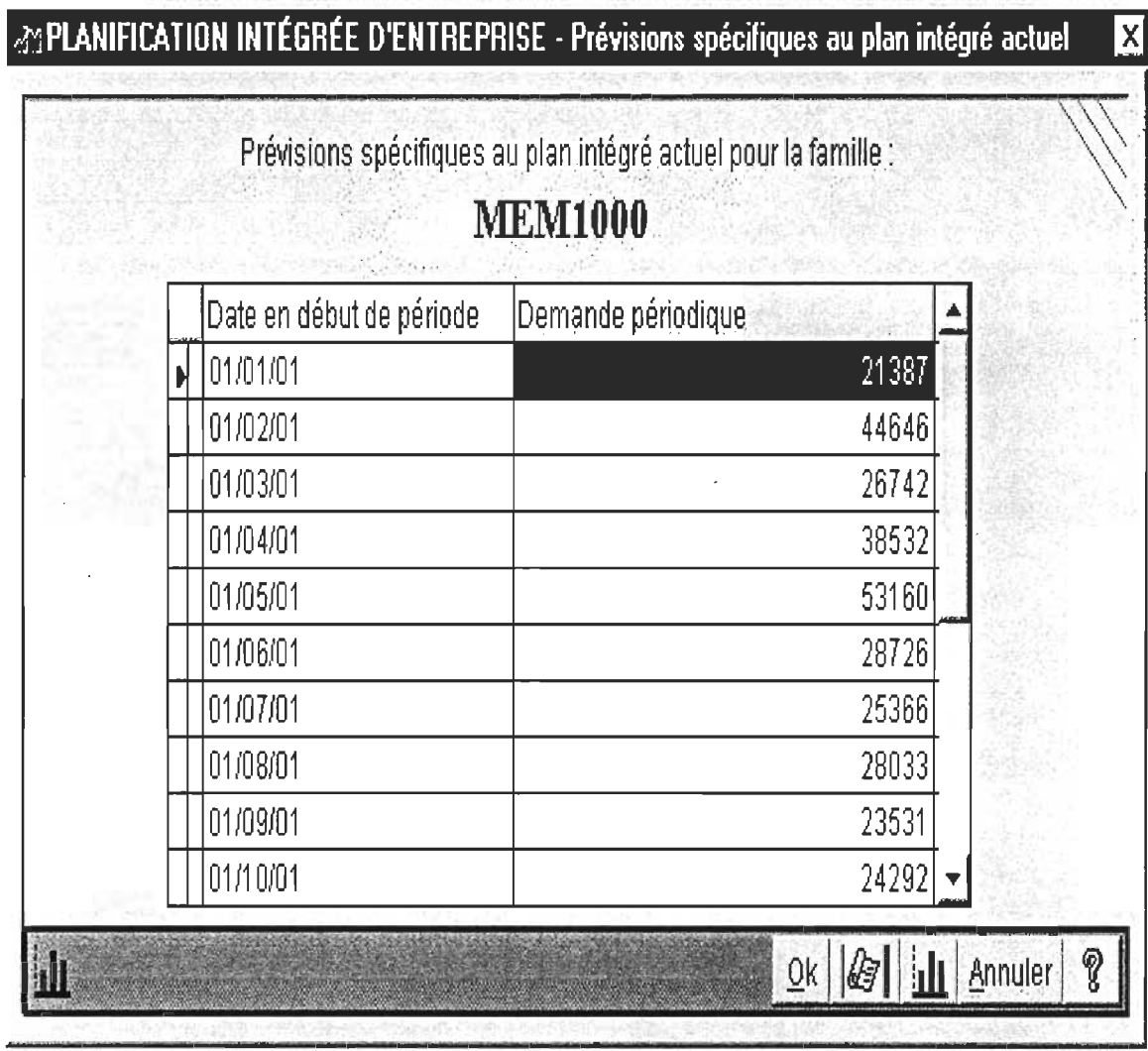


Figure 7A : Visualisation de la demande prévisionnelle

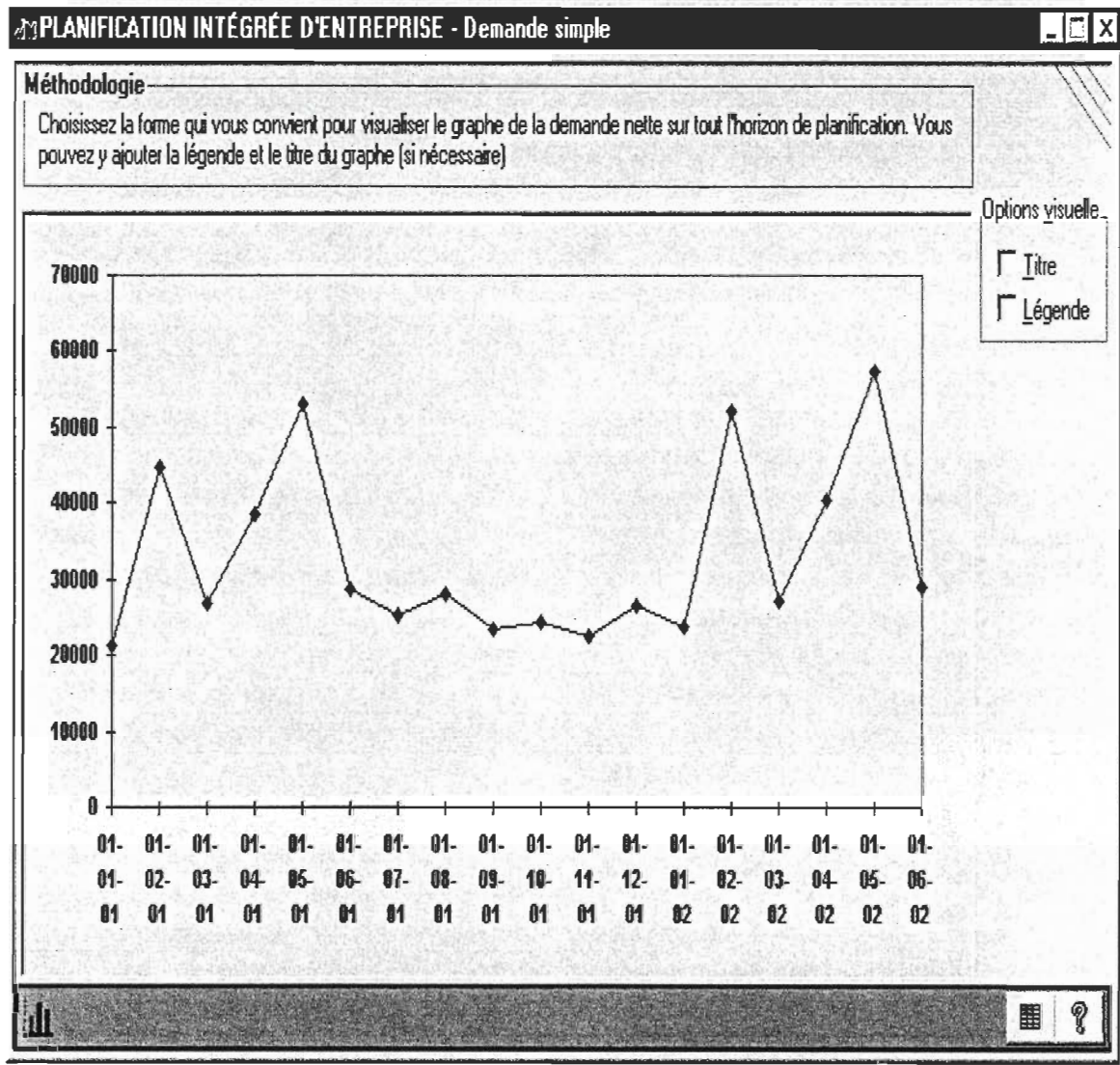


Figure 8A : Graphique de la demande prévisionnelle

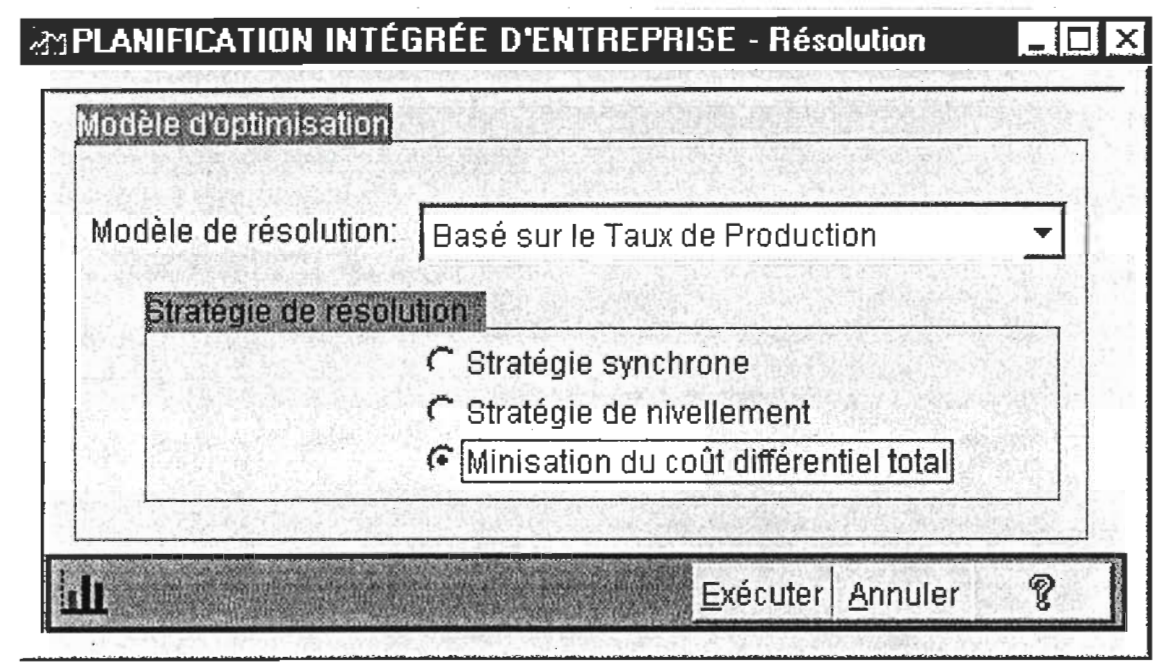


Figure 9A : Choix du modèle et de la stratégie de résolution (option 1)

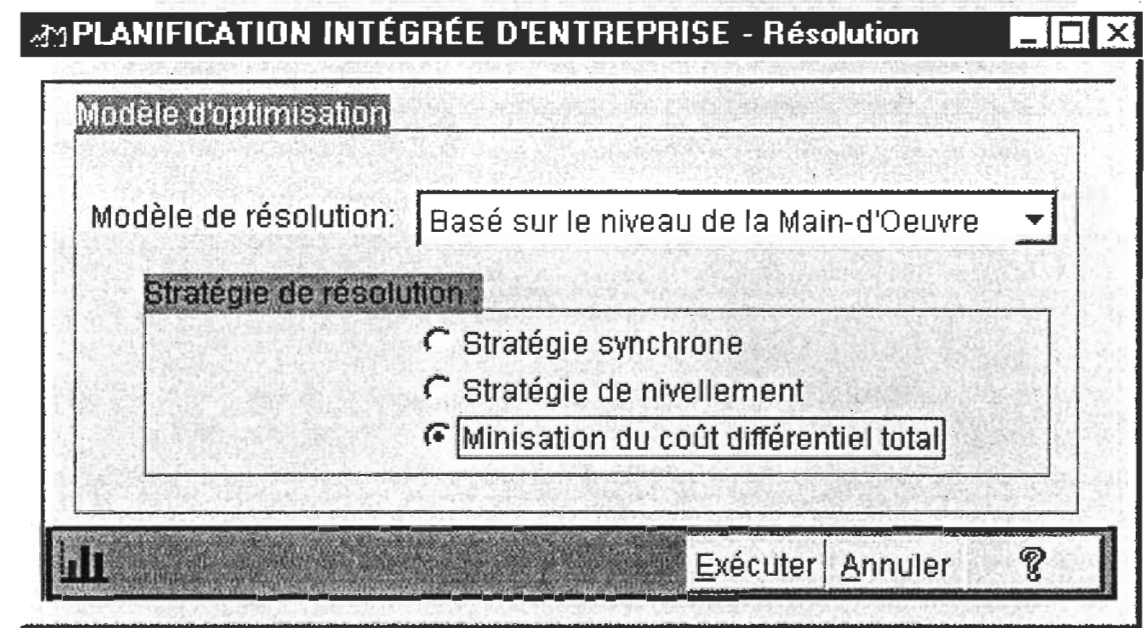


Figure 10A : Choix du modèle et de la stratégie de résolution (option 2)

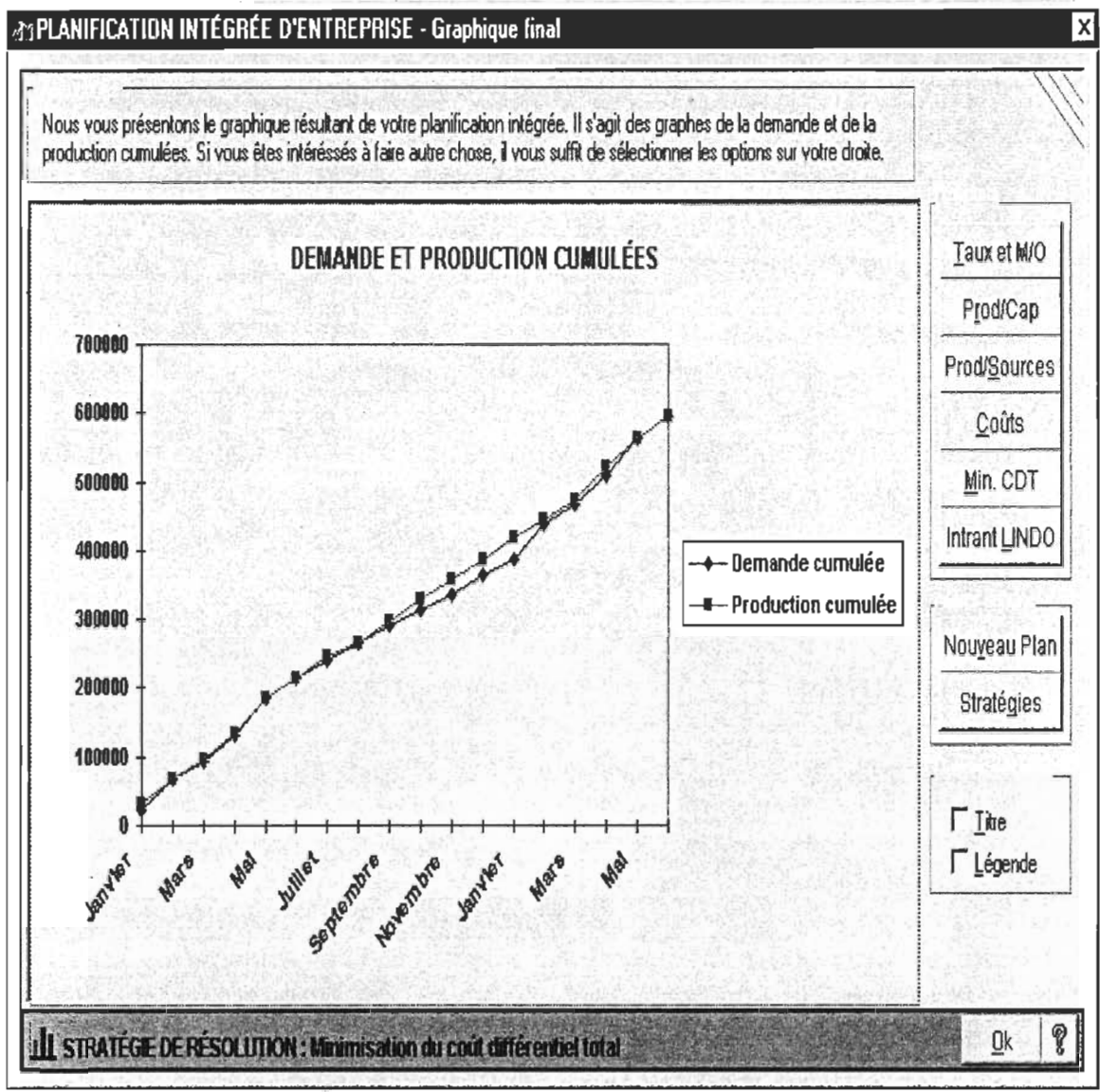


Figure 11A : Graphique cumulé de la stratégie Min. CDT

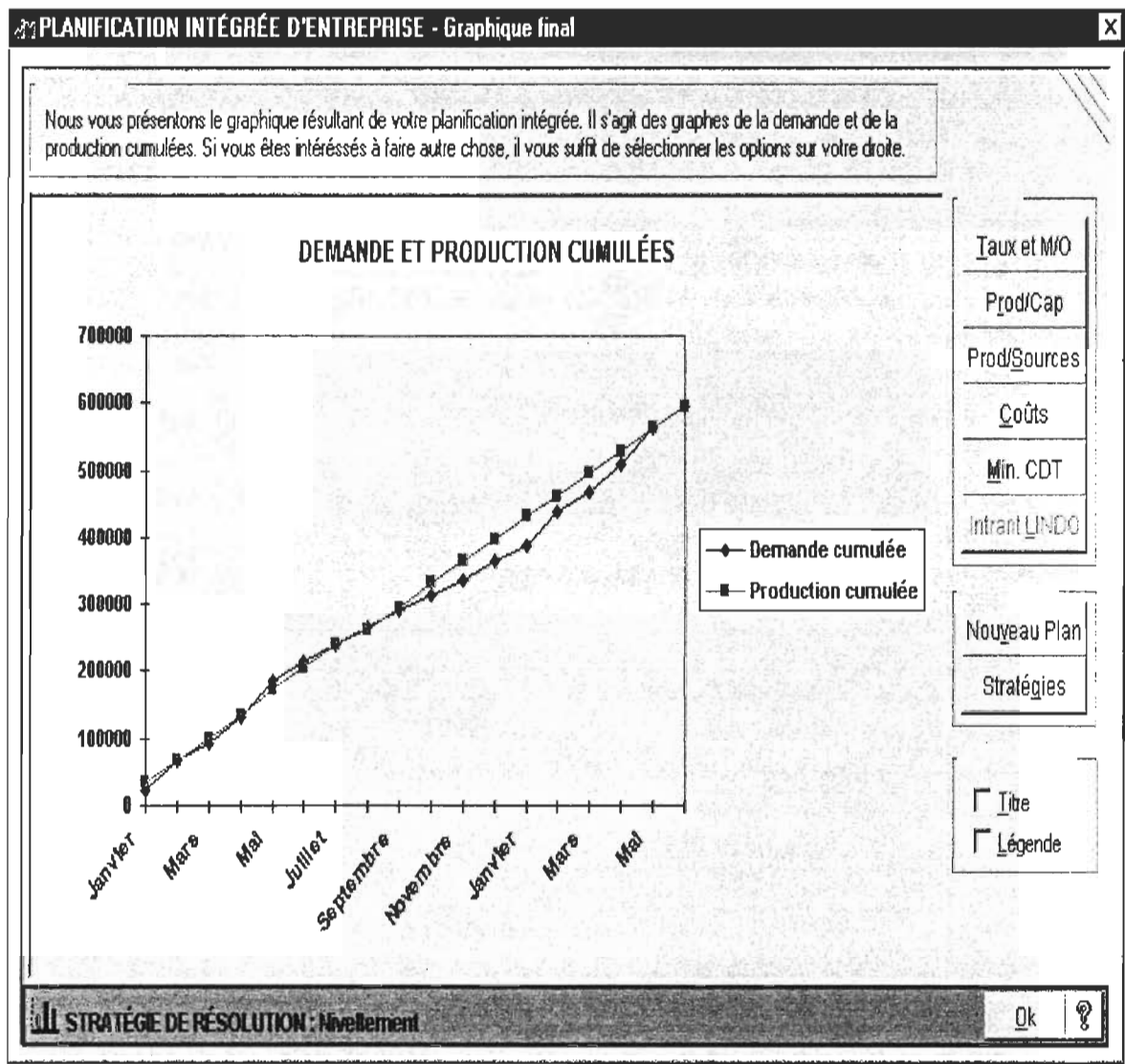


Figure 12A : Graphique cumulé de Nivellement



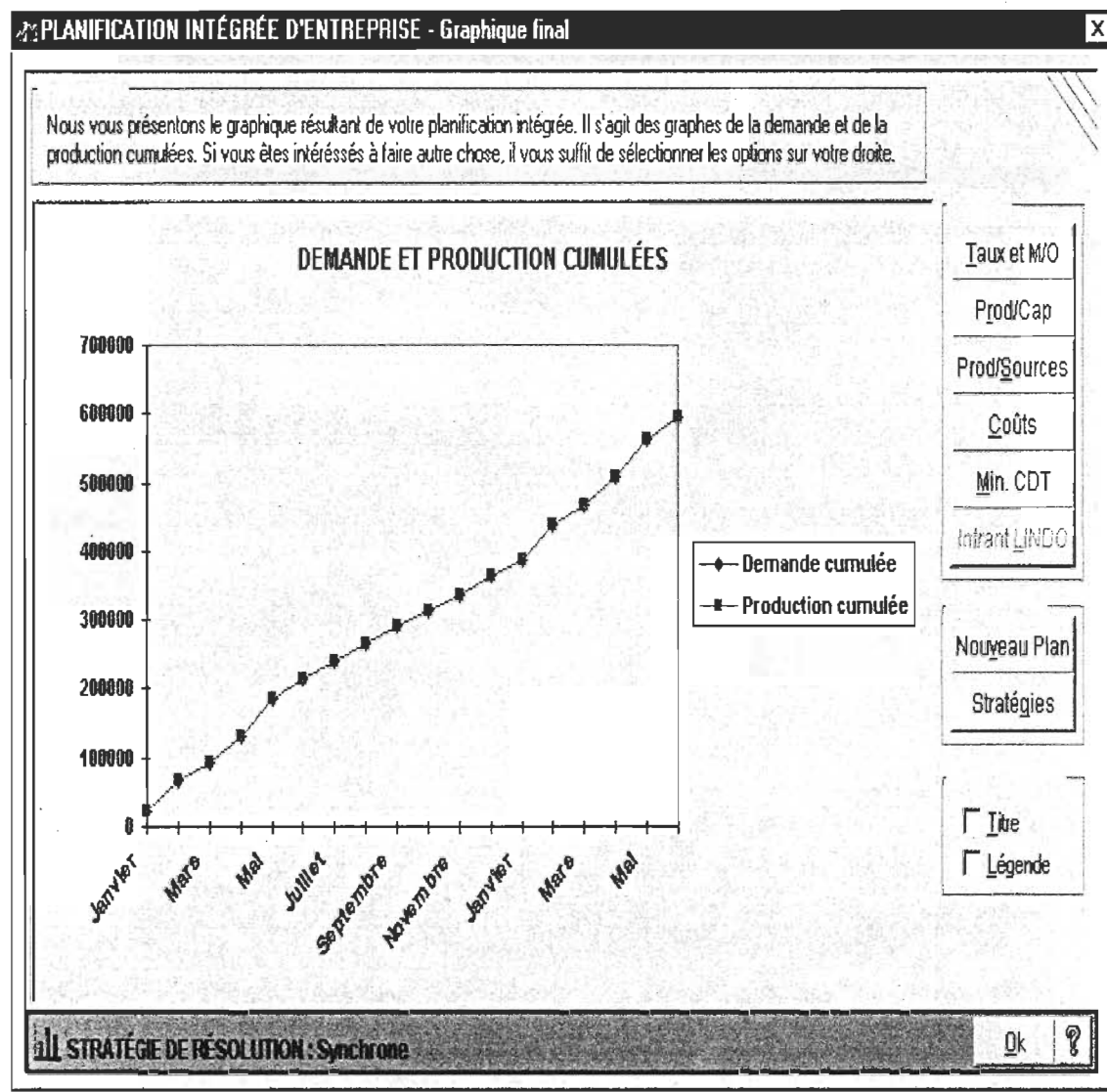


Figure 13A : Graphique cumulé de la stratégie Synchron

## ANNEXE 1B

Cette annexe présente les deux modèles mathématiques utilisés comme outil de résolution du logiciel PIAO.

### 1 – Code du modèle de variation du niveau de la main-d'œuvre

```
!
!**CODE GENERE POUR LINDO COMME
INPUT DE LA PLANIFICATION INTÉGRÉE
D'ENTREPRISE **
!**Modèle utilisant la variation du niveau de la
main-d'œuvre **
!
BAT
MIN 9999 NV1 + 5.00 X1 + 8.33 wp1 + 1.67 wm1
+ 10.00 WHH1 + 12.50 SO1 + 11.05 TP1 + 65.00
STR1 + 1.50 IP1 + 3.25 IM1 + 9999 NV2 + 5.00 X2
+ 8.33 wp2 + 1.67 wm2 + 10.00 WHH2 + 12.50 SO2
+ 11.05 TP2 + 65.00 STR2 + 1.50 IP2 + 3.25 IM2 +
9999 NV3 + 5.00 X3 + 8.33 wp3 + 1.67 wm3 +
10.00 WHH3 + 12.50 SO3 + 11.05 TP3 + 65.00
STR3 + 1.50 IP3 + 3.25 IM3 + 9999 NV4 + 5.00 X4
+ 8.33 wp4 + 1.67 wm4 + 10.00 WHH4 + 12.50 SO4
+ 11.05 TP4 + 65.00 STR4 + 1.50 IP4 + 3.25 IM4 +
9999 NV5 + 5.00 X5 + 8.33 wp5 + 1.67 wm5 +
10.00 WHH5 + 12.50 SO5 + 11.05 TP5 + 65.00
STR5 + 1.50 IP5 + 3.25 IM5 + 9999 NV6 + 5.00 X6
+ 8.33 wp6 + 1.67 wm6 + 10.00 WHH6 + 12.50 SO6
+ 11.05 TP6 + 65.00 STR6 + 1.50 IP6 + 3.25 IM6 +
9999 NV7 + 5.00 X7 + 8.33 wp7 + 1.67 wm7 +
10.00 WHH7 + 12.50 SO7 + 11.05 TP7 + 65.00
STR7 + 1.50 IP7 + 3.25 IM7 + 9999 NV8 + 5.00 X8
+ 8.33 wp8 + 1.67 wm8 + 10.00 WHH8 + 12.50 SO8
+ 11.05 TP8 + 65.00 STR8 + 1.50 IP8 + 3.25 IM8 +
9999 NV9 + 5.00 X9 + 8.33 wp9 + 1.67 wm9 +
10.00 WHH9 + 12.50 SO9 + 11.05 TP9 + 65.00
STR9 + 1.50 IP9 + 3.25 IM9 + 9999 NV10 + 5.00
X10 + 8.33 wp10 + 1.67 wm10 + 10.00 WHH10 +
12.50 SO10 + 11.05 TP10 + 65.00 STR10 + 1.50
IP10 + 3.25 IM10 + 9999 NV11 + 5.00 X11 + 8.33
wp11 + 1.67 wm11 + 10.00 WHH11 + 12.50 SO11 +
11.05 TP11 + 65.00 STR11 + 1.50 IP11 + 3.25 IM11
+ 9999 NV12 + 5.00 X12 + 8.33 wp12 + 1.67 wm12
+ 10.00 WHH12 + 12.50 SO12 + 11.05 TP12 + 65.00
STR12 + 1.50 IP12 + 3.25 IM12 + 9999 NV13 +
5.00 X13 + 8.33 wp13 + 1.67 wm13 + 10.00 WHH13
+ 12.50 SO13 + 11.05 TP13 + 65.00 STR13 + 1.50
IP13 + 3.25 IM13 + 9999 NV14 + 5.00 X14 + 8.33
wp14 + 1.67 wm14 + 10.00 WHH14 + 12.50 SO14 +
11.05 TP14 + 65.00 STR14 + 1.50 IP14 + 3.25 IM14
```

```
+ 9999 NV15 + 5.00 X15 + 8.33 wp15 + 1.67 wm15
+ 10.00 WHH15 + 12.50 SO15 + 11.05 TP15 + 65.00
STR15 + 1.50 IP15 + 3.25 IM15 + 9999 NV16 +
5.00 X16 + 8.33 wp16 + 1.67 wm16 + 10.00 WHH16
+ 12.50 SO16 + 11.05 TP16 + 65.00 STR16 + 1.50
IP16 + 3.25 IM16 + 9999 NV17 + 5.00 X17 + 8.33
wp17 + 1.67 wm17 + 10.00 WHH17 + 12.50 SO17 +
11.05 TP17 + 65.00 STR17 + 1.50 IP17 + 3.25 IM17
+ 9999 NV18 + 5.00 X18 + 8.33 wp18 + 1.67 wm18
+ 10.00 WHH18 + 12.50 SO18 + 11.05 TP18 + 65.00
STR18 + 1.50 IP18 + 3.25 IM18
```

```
!
SUBJECT TO
!
!**Contraintes relatives à l'inventaire (I) la
production (Xit) et la demande (Dt)**
INV0 = 1000
INV1 - INV0 - X1 - STR1 - NV1 = -446458
INV2 - INV1 - X2 - STR2 - NV2 = -267426
INV3 - INV2 - X3 - STR3 - NV3 = -385317
INV4 - INV3 - X4 - STR4 - NV4 = -531598
INV5 - INV4 - X5 - STR5 - NV5 = -287259
INV6 - INV5 - X6 - STR6 - NV6 = -253657
INV7 - INV6 - X7 - STR7 - NV7 = -280331
INV8 - INV7 - X8 - STR8 - NV8 = -235305
INV9 - INV8 - X9 - STR9 - NV9 = -242918
INV10 - INV9 - X10 - STR10 - NV10 = -25832
INV11 - INV10 - X11 - STR11 - NV11 = -65581
INV12 - INV11 - X12 - STR12 - NV12 = -236851
INV13 - INV12 - X13 - STR13 - NV13 = -521277
INV14 - INV13 - X14 - STR14 - NV14 = -272190
INV15 - INV14 - X15 - STR15 - NV15 = -402889
INV16 - INV15 - X16 - STR16 - NV16 = -572269
INV17 - INV16 - X17 - STR17 - NV17 = -288464
INV18 - INV17 - X18 - STR18 - NV18 <= -278948
!
!**Contraintes relatives au niveau de l'inventaire et à
l'acceptation des pénuries**
INV1 - IP1 + IM1 = 0
INV2 - IP2 + IM2 = 0
INV3 - IP3 + IM3 = 0
INV4 - IP4 + IM4 = 0
INV5 - IP5 + IM5 = 0
INV6 - IP6 + IM6 = 0
INV7 - IP7 + IM7 = 0
INV8 - IP8 + IM8 = 0
INV9 - IP9 + IM9 = 0
INV10 - IP10 + IM10 = 0
INV11 - IP11 + IM11 = 0
INV12 - IP12 + IM12 = 0
INV13 - IP13 + IM13 = 0
INV14 - IP14 + IM14 = 0
INV15 - IP15 + IM15 = 0
```

INV16 - IP16 + IM16 = 0  
 INV17 - IP17 + IM17 = 0  
 INV18 - IP18 + IM18 = 0  
 !

!\*\*Contraintes relatives au niveau de la main-  
 d'œuvre et à son augmentation/diminution\*\*

WHH0 = 4800.00  
 WHH1 - WHH0 - wp1 + wm1 = 0  
 WHH2 - WHH1 - wp2 + wm2 = 0  
 WHH3 - WHH2 - wp3 + wm3 = 0  
 WHH4 - WHH3 - wp4 + wm4 = 0  
 WHH5 - WHH4 - wp5 + wm5 = 0  
 WHH6 - WHH5 - wp6 + wm6 = 0  
 WHH7 - WHH6 - wp7 + wm7 = 0  
 WHH8 - WHH7 - wp8 + wm8 = 0  
 WHH9 - WHH8 - wp9 + wm9 = 0  
 WHH10 - WHH9 - wp10 + wm10 = 0  
 WHH11 - WHH10 - wp11 + wm11 = 0  
 WHH12 - WHH11 - wp12 + wm12 = 0  
 WHH13 - WHH12 - wp13 + wm13 = 0  
 WHH14 - WHH13 - wp14 + wm14 = 0  
 WHH15 - WHH14 - wp15 + wm15 = 0  
 WHH16 - WHH15 - wp16 + wm16 = 0  
 WHH17 - WHH16 - wp17 + wm17 = 0  
 WHH18 - WHH17 - wp18 + wm18 = 0  
 !

!\*\*Contraintes relatives à la capacité de production à  
 Temps Régulier \*\*

WHH1 <= 4800  
 WHH2 <= 5280  
 WHH3 <= 5040  
 WHH4 <= 5520  
 WHH5 <= 5040  
 WHH6 <= 5280  
 WHH7 <= 5520  
 WHH8 <= 4800  
 WHH9 <= 5520  
 WHH10 <= 5280  
 WHH11 <= 5040  
 WHH12 <= 5520  
 WHH13 <= 4800  
 WHH14 <= 5040  
 WHH15 <= 5280  
 WHH16 <= 5520  
 WHH17 <= 4800  
 WHH18 <= 5520  
 !

!\*\*Contraintes relatives à la capacité de production à  
 Temps Supplémentaire\*\*

SO1 <= 2400  
 SO2 <= 2640  
 SO3 <= 2520  
 SO4 <= 2760  
 SO5 <= 2520  
 SO6 <= 2640  
 SO7 <= 2760  
 SO8 <= 2400  
 SO9 <= 2760  
 SO10 <= 2640  
 SO11 <= 2520  
 SO12 <= 2760  
 SO13 <= 2400  
 SO14 <= 2520  
 SO15 <= 2640  
 SO16 <= 2760  
 SO17 <= 2400  
 SO18 <= 2760

!

!\*\*Contraintes relatives à la capacité de production à  
 Temps Partiel\*\*

TP1 <= 1440  
 TP2 <= 1584  
 TP3 <= 1512  
 TP4 <= 1656  
 TP5 <= 1512  
 TP6 <= 1584  
 TP7 <= 1656  
 TP8 <= 1440  
 TP9 <= 1656  
 TP10 <= 1584  
 TP11 <= 1512  
 TP12 <= 1656  
 TP13 <= 1440  
 TP14 <= 1512  
 TP15 <= 1584  
 TP16 <= 1656  
 TP17 <= 1440  
 TP18 <= 1656

!\*\*Contraintes relatives à la capacité de production à  
 la sous-traitance\*\*

STR1 <= 300000  
 STR2 <= 330000  
 STR3 <= 315000  
 STR4 <= 345000  
 STR5 <= 315000  
 STR6 <= 330000  
 STR7 <= 345000  
 STR8 <= 300000  
 STR9 <= 345000  
 STR10 <= 330000  
 STR11 <= 315000  
 STR12 <= 345000  
 STR13 <= 300000  
 STR14 <= 315000  
 STR15 <= 330000  
 STR16 <= 345000  
 STR17 <= 300000  
 STR18 <= 345000

!

!\*\*Contraintes relatives à l'overtime et à  
 l'undertime\*\*

SO1 - UND1 - 0.02000 X1 + WHH1 + TP1 = 0  
 SO2 - UND2 - 0.02000 X2 + WHH2 + TP2 = 0  
 SO3 - UND3 - 0.02000 X3 + WHH3 + TP3 = 0  
 SO4 - UND4 - 0.02000 X4 + WHH4 + TP4 = 0  
 SO5 - UND5 - 0.02000 X5 + WHH5 + TP5 = 0  
 SO6 - UND6 - 0.02000 X6 + WHH6 + TP6 = 0  
 SO7 - UND7 - 0.02000 X7 + WHH7 + TP7 = 0  
 SO8 - UND8 - 0.02000 X8 + WHH8 + TP8 = 0  
 SO9 - UND9 - 0.02000 X9 + WHH9 + TP9 = 0  
 SO10 - UND10 - 0.02000 X10 + WHH10 + TP10 = 0  
 SO11 - UND11 - 0.02000 X11 + WHH11 + TP11 = 0  
 SO12 - UND12 - 0.02000 X12 + WHH12 + TP12 = 0  
 SO13 - UND13 - 0.02000 X13 + WHH13 + TP13 = 0  
 SO14 - UND14 - 0.02000 X14 + WHH14 + TP14 = 0  
 SO15 - UND15 - 0.02000 X15 + WHH15 + TP15 = 0  
 SO16 - UND16 - 0.02000 X16 + WHH16 + TP16 = 0  
 SO17 - UND17 - 0.02000 X17 + WHH17 + TP17 = 0  
 SO18 - UND18 - 0.02000 X18 + WHH18 + TP18 = 0

!

!\*\*Contraintes sur la production maximale en  
 overtime

SO1 - UND1 - 0.5000 WHH1 <= 0  
 SO2 - UND2 - 0.5000 WHH2 <= 0



SO3 - UND3 - 0.5000 WHH3 <= 0  
 SO4 - UND4 - 0.5000 WHH4 <= 0  
 SO5 - UND5 - 0.5000 WHH5 <= 0  
 SO6 - UND6 - 0.5000 WHH6 <= 0  
 SO7 - UND7 - 0.5000 WHH7 <= 0  
 SO8 - UND8 - 0.5000 WHH8 <= 0  
 SO9 - UND9 - 0.5000 WHH9 <= 0  
 SO10 - UND10 - 0.5000 WHH10 <= 0  
 SO11 - UND11 - 0.5000 WHH11 <= 0  
 SO12 - UND12 - 0.5000 WHH12 <= 0  
 SO13 - UND13 - 0.5000 WHH13 <= 0  
 SO14 - UND14 - 0.5000 WHH14 <= 0  
 SO15 - UND15 - 0.5000 WHH15 <= 0  
 SO16 - UND16 - 0.5000 WHH16 <= 0  
 SO17 - UND17 - 0.5000 WHH17 <= 0  
 SO18 - UND18 - 0.5000 WHH18 <= 0

!

! \*\* Contraintes sur la production maximale en temps partiel \*\*

TP1 - UND1 - 0.3000 WHH1 <= 0  
 TP2 - UND2 - 0.3000 WHH2 <= 0  
 TP3 - UND3 - 0.3000 WHH3 <= 0  
 TP4 - UND4 - 0.3000 WHH4 <= 0  
 TP5 - UND5 - 0.3000 WHH5 <= 0  
 TP6 - UND6 - 0.3000 WHH6 <= 0  
 TP7 - UND7 - 0.3000 WHH7 <= 0  
 TP8 - UND8 - 0.3000 WHH8 <= 0  
 TP9 - UND9 - 0.3000 WHH9 <= 0  
 TP10 - UND10 - 0.3000 WHH10 <= 0  
 TP11 - UND11 - 0.3000 WHH11 <= 0  
 TP12 - UND12 - 0.3000 WHH12 <= 0  
 TP13 - UND13 - 0.3000 WHH13 <= 0  
 TP14 - UND14 - 0.3000 WHH14 <= 0  
 TP15 - UND15 - 0.3000 WHH15 <= 0  
 TP16 - UND16 - 0.3000 WHH16 <= 0  
 TP17 - UND17 - 0.3000 WHH17 <= 0  
 TP18 - UND18 - 0.3000 WHH18 <= 0

!

! \*\* Contraintes relatives à la non-négativité des variables \*\*

X1 >= 0  
 wp1 >= 0  
 wm1 >= 0  
 SO1 >= 0  
 TP1 >= 0  
 STR1 >= 0  
 IP1 >= 0  
 IM1 >= 0  
 WHH1 >= 0  
 UND1 >= 0  
 X2 >= 0  
 wp2 >= 0  
 wm2 >= 0  
 SO2 >= 0  
 TP2 >= 0  
 STR2 >= 0  
 IP2 >= 0  
 IM2 >= 0  
 WHH2 >= 0  
 UND2 >= 0  
 X3 >= 0  
 wp3 >= 0  
 wm3 >= 0  
 SO3 >= 0  
 TP3 >= 0  
 STR3 >= 0  
 IP3 >= 0  
 IM3 >= 0

WHH3 >= 0  
 UND3 >= 0  
 X4 >= 0  
 wp4 >= 0  
 wm4 >= 0  
 SO4 >= 0  
 TP4 >= 0  
 STR4 >= 0  
 IP4 >= 0  
 IM4 >= 0  
 WHH4 >= 0  
 UND4 >= 0  
 X5 >= 0  
 wp5 >= 0  
 wm5 >= 0  
 SO5 >= 0  
 TP5 >= 0  
 STR5 >= 0  
 IP5 >= 0  
 IM5 >= 0  
 WHH5 >= 0  
 UND5 >= 0  
 X6 >= 0  
 wp6 >= 0  
 wm6 >= 0  
 SO6 >= 0  
 TP6 >= 0  
 STR6 >= 0  
 IP6 >= 0  
 IM6 >= 0  
 WHH6 >= 0  
 UND6 >= 0  
 X7 >= 0  
 wp7 >= 0  
 wm7 >= 0  
 SO7 >= 0  
 TP7 >= 0  
 STR7 >= 0  
 IP7 >= 0  
 IM7 >= 0  
 WHH7 >= 0  
 UND7 >= 0  
 X8 >= 0  
 wp8 >= 0  
 wm8 >= 0  
 SO8 >= 0  
 TP8 >= 0  
 STR8 >= 0  
 IP8 >= 0  
 IM8 >= 0  
 WHH8 >= 0  
 UND8 >= 0  
 X9 >= 0  
 wp9 >= 0  
 wm9 >= 0  
 SO9 >= 0  
 TP9 >= 0  
 STR9 >= 0  
 IP9 >= 0  
 IM9 >= 0  
 WHH9 >= 0  
 UND9 >= 0  
 X10 >= 0  
 wp10 >= 0  
 wm10 >= 0  
 SO10 >= 0  
 TP10 >= 0  
 STR10 >= 0  
 IP10 >= 0  
 IM10 >= 0

```

WHH10 >= 0
UND10 >= 0
X11 >= 0
wp11 >= 0
wm11 >= 0
SO11 >= 0
TP11 >= 0
STR11 >= 0
IP11 >= 0
IM11 >= 0
WHH11 >= 0
UND11 >= 0
X12 >= 0
wp12 >= 0
wm12 >= 0
SO12 >= 0
TP12 >= 0
STR12 >= 0
IP12 >= 0
IM12 >= 0
WHH12 >= 0
UND12 >= 0
X13 >= 0
wp13 >= 0
wm13 >= 0
SO13 >= 0
TP13 >= 0
STR13 >= 0
IP13 >= 0
IM13 >= 0
WHH13 >= 0
UND13 >= 0
X14 >= 0
wp14 >= 0
wm14 >= 0
SO14 >= 0
TP14 >= 0
STR14 >= 0
IP14 >= 0
IM14 >= 0
WHH14 >= 0
UND14 >= 0
X15 >= 0
wp15 >= 0
wm15 >= 0
SO15 >= 0
TP15 >= 0
STR15 >= 0
IP15 >= 0
IM15 >= 0
WHH15 >= 0
UND15 >= 0
X16 >= 0
wp16 >= 0
wm16 >= 0
SO16 >= 0
TP16 >= 0
STR16 >= 0
IP16 >= 0
IM16 >= 0
WHH16 >= 0
UND16 >= 0
X17 >= 0
wp17 >= 0
wm17 >= 0
SO17 >= 0
TP17 >= 0
STR17 >= 0
IP17 >= 0
IM17 >= 0

```

```

WHH17 >= 0
UND17 >= 0
X18 >= 0
wp18 >= 0
wm18 >= 0
SO18 >= 0
TP18 >= 0
STR18 >= 0
IP18 >= 0
IM18 >= 0
WHH18 >= 0
UND18 >= 0
!
!** Contraintes relatives à la liberté de la variable «I»
FREE INV1
FREE INV2
FREE INV3
FREE INV4
FREE INV5
FREE INV6
FREE INV7
FREE INV8
FREE INV9
FREE INV10
FREE INV11
FREE INV12
FREE INV13
FREE INV14
FREE INV15
FREE INV16
FREE INV17
INV18 >= 0
!
END
DIVE C:\VFP\ATEME\Master\Other\R_Plin.txt
GO
N
BAT
LEAVE

```

## 2 – Code du modèle de variation du taux de production

!  
 !\*\*\*CODE GENERE POUR LINDO COMME  
 INPUT DE LA PLANIFICATION INTÉGRÉE  
 D'ENTREPRISE \*\*

!\*\*Modèle utilisant la variation du taux de  
 production\*\*

!  
 BAT  
 MIN 9999 NV1 + 4.570 X1TS + 6.500 X1ST +  
 3.770 X1TP + 0.100 IP1 + 0.500 IMP1 + 9999 NV2  
 + 4.570 X2TS + 6.500 X2ST + 3.770 X2TP + 0.100  
 IP2 + 0.500 IMP2 + 9999 NV3 + 4.570 X3TS +  
 6.500 X3ST + 3.770 X3TP + 0.100 IP3 + 0.500  
 IMP3 + 9999 NV4 + 4.570 X4TS + 6.500 X4ST +  
 3.770 X4TP + 0.100 IP4 + 0.500 IMP4 + 9999 NV5  
 + 4.570 X5TS + 6.500 X5ST + 3.770 X5TP + 0.100  
 IP5 + 0.500 IMP5 + 9999 NV6 + 4.570 X6TS +  
 6.500 X6ST + 3.770 X6TP + 0.100 IP6 + 0.500  
 IMP6 + 9999 NV7 + 4.570 X7TS + 6.500 X7ST +  
 3.770 X7TP + 0.100 IP7 + 0.500 IMP7 + 9999 NV8  
 + 4.570 X8TS + 6.500 X8ST + 3.770 X8TP + 0.100  
 IP8 + 0.500 IMP8 + 9999 NV9 + 4.570 X9TS +  
 6.500 X9ST + 3.770 X9TP + 0.100 IP9 + 0.500  
 IMP9 + 9999 NV10 + 4.570 X10TS + 6.500 X10ST  
 + 3.770 X10TP + 0.100 IP10 + 0.500 IMP10 + 9999  
 NV11 + 4.570 X11TS + 6.500 X11ST + 3.770  
 X11TP + 0.100 IP11 + 0.500 IMP11 + 9999 NV12 +  
 4.570 X12TS + 6.500 X12ST + 3.770 X12TP +  
 0.100 IP12 + 0.500 IMP12 + 9999 NV13 + 4.570  
 X13TS + 6.500 X13ST + 3.770 X13TP + 0.100 IP13  
 + 0.500 IMP13 + 9999 NV14 + 4.570 X14TS +  
 6.500 X14ST + 3.770 X14TP + 0.100 IP14 + 0.500  
 IMP14 + 9999 NV15 + 4.570 X15TS + 6.500 X15ST  
 + 3.770 X15TP + 0.100 IP15 + 0.500 IMP15 + 9999  
 NV16 + 4.570 X16TS + 6.500 X16ST + 3.770  
 X16TP + 0.100 IP16 + 0.500 IMP16 + 9999 NV17 +  
 4.570 X17TS + 6.500 X17ST + 3.770 X17TP +  
 0.100 IP17 + 0.500 IMP17 + 9999 NV18 + 4.570  
 X18TS + 6.500 X18ST + 3.770 X18TP + 0.100 IP18  
 + 0.500 IMP18

!  
 SUBJECT TO

!  
 !\*\*\* Contraintes relatives à l'inventaire (Iit), la  
 production (Xit), la demande (Dt) et la variable de  
 sécurité (NVit)\*\*

IO = 100  
 I1 - I0 - X1TR - X1TS - X1ST - X1TP - NV1 = -21387  
 I2 - I1 - X2TR - X2TS - X2ST - X2TP - NV2 = -44646  
 I3 - I2 - X3TR - X3TS - X3ST - X3TP - NV3 = -26742  
 I4 - I3 - X4TR - X4TS - X4ST - X4TP - NV4 = -38532  
 I5 - I4 - X5TR - X5TS - X5ST - X5TP - NV5 = -53160  
 I6 - I5 - X6TR - X6TS - X6ST - X6TP - NV6 = -28726

I7 - I6 - X7TR - X7TS - X7ST - X7TP - NV7 = -25366  
 I8 - I7 - X8TR - X8TS - X8ST - X8TP - NV8 = -28033  
 I9 - I8 - X9TR - X9TS - X9ST - X9TP - NV9 = -23531  
 I10 - I9 - X10TR - X10TS - X10ST - X10TP - NV10 = -24292  
 I11 - I10 - X11TR - X11TS - X11ST - X11TP - NV11 = -22583  
 I12 - I11 - X12TR - X12TS - X12ST - X12TP - NV12 = -26558  
 I13 - I12 - X13TR - X13TS - X13ST - X13TP - NV13 = -23685  
 I14 - I13 - X14TR - X14TS - X14ST - X14TP - NV14 = -52128  
 I15 - I14 - X15TR - X15TS - X15ST - X15TP - NV15 = -27219  
 I16 - I15 - X16TR - X16TS - X16ST - X16TP - NV16 = -40289  
 I17 - I16 - X17TR - X17TS - X17ST - X17TP - NV17 = -57227  
 I18 - I17 - X18TR - X18TS - X18ST - X18TP - NV18 = -28946

!  
 !\*\*\*Contraintes relatives au niveau de l'inventaire et à  
 l'acceptation des pénuries\*\*

I1 - IP1 + IMP1 = 0  
 I2 - IP2 + IMP2 = 0  
 I3 - IP3 + IMP3 = 0  
 I4 - IP4 + IMP4 = 0  
 I5 - IP5 + IMP5 = 0  
 I6 - IP6 + IMP6 = 0  
 I7 - IP7 + IMP7 = 0  
 I8 - IP8 + IMP8 = 0  
 I9 - IP9 + IMP9 = 0  
 I10 - IP10 + IMP10 = 0  
 I11 - IP11 + IMP11 = 0  
 I12 - IP12 + IMP12 = 0  
 I13 - IP13 + IMP13 = 0  
 I14 - IP14 + IMP14 = 0  
 I15 - IP15 + IMP15 = 0  
 I16 - IP16 + IMP16 = 0  
 I17 - IP17 + IMP17 = 0  
 I18 - IP18 + IMP18 = 0

!  
 !\*\*\*Contraintes relatives au niveau de production et à  
 son augmentation/diminution\*\*

X0TR = 11550.00  
 X1TR - X0TR - DP1TR + DM1TR = 0  
 X2TR - X1TR - DP2TR + DM2TR = 0  
 X3TR - X2TR - DP3TR + DM3TR = 0  
 X4TR - X3TR - DP4TR + DM4TR = 0  
 X5TR - X4TR - DP5TR + DM5TR = 0  
 X6TR - X5TR - DP6TR + DM6TR = 0  
 X7TR - X6TR - DP7TR + DM7TR = 0  
 X8TR - X7TR - DP8TR + DM8TR = 0  
 X9TR - X8TR - DP9TR + DM9TR = 0  
 X10TR - X9TR - DP10TR + DM10TR = 0  
 X11TR - X10TR - DP11TR + DM11TR = 0  
 X12TR - X11TR - DP12TR + DM12TR = 0  
 X13TR - X12TR - DP13TR + DM13TR = 0  
 X14TR - X13TR - DP14TR + DM14TR = 0  
 X15TR - X14TR - DP15TR + DM15TR = 0  
 X16TR - X15TR - DP16TR + DM16TR = 0  
 X17TR - X16TR - DP17TR + DM17TR = 0  
 X18TR - X17TR - DP18TR + DM18TR = 0

!  
 !\*\*\* Contraintes relatives à la capacité de production  
 maximale\*\*

X1TR <= 23100  
 X1TS <= 16500  
 X1ST <= 44000  
 X1TP <= 9240  
 X2TR <= 18900  
 X2TS <= 13500  
 X2ST <= 36000  
 X2TP <= 7560  
 X3TR <= 22050  
 X3TS <= 15750

X3ST <= 42000  
X3TP <= 8820  
X4TR <= 22050  
X4TS <= 15750  
X4ST <= 42000  
X4TP <= 8820  
X5TR <= 24150  
X5TS <= 17250  
X5ST <= 46000  
X5TP <= 9660  
X6TR <= 21000  
X6TS <= 15000  
X6ST <= 40000  
X6TP <= 8400  
X7TR <= 22050  
X7TS <= 15750  
X7ST <= 42000  
X7TP <= 8820  
X8TR <= 14700  
X8TS <= 10500  
X8ST <= 28000  
X8TP <= 5880  
X9TR <= 21000  
X9TS <= 15000  
X9ST <= 40000  
X9TP <= 8400  
X10TR <= 24150  
X10TS <= 17250  
X10ST <= 46000  
X10TP <= 9660  
X11TR <= 19950  
X11TS <= 14250  
X11ST <= 38000  
X11TP <= 7980  
X12TR <= 21000  
X12TS <= 15000  
X12ST <= 40000  
X12TP <= 8400  
X13TR <= 22050  
X13TS <= 15750  
X13ST <= 42000  
X13TP <= 8820  
X14TR <= 18900  
X14TS <= 13500  
X14ST <= 36000  
X14TP <= 7560  
X15TR <= 21000  
X15TS <= 15000  
X15ST <= 40000  
X15TP <= 8400  
X16TR <= 22050  
X16TS <= 15750  
X16ST <= 42000  
X16TP <= 8820  
X17TR <= 21000  
X17TS <= 15000  
X17ST <= 40000  
X17TP <= 8400  
X18TR <= 19950  
X18TS <= 14250  
X18ST <= 38000  
X18TP <= 7980

!

!\*\*Contraintes relatives à la non-négativité des variables\*\*

NV1 >= 0  
X1TR >= 0  
DP1TR >= 0  
DM1TR >= 0

X1TS >= 0  
X1ST >= 0  
X1TP >= 0  
IP1 >= 0  
IMP1 >= 0  
NV2 >= 0  
X2TR >= 0  
DP2TR >= 0  
DM2TR >= 0  
X2TS >= 0  
X2ST >= 0  
X2TP >= 0  
IP2 >= 0  
IMP2 >= 0  
NV3 >= 0  
X3TR >= 0  
DP3TR >= 0  
DM3TR >= 0  
X3TS >= 0  
X3ST >= 0  
X3TP >= 0  
IP3 >= 0  
IMP3 >= 0  
NV4 >= 0  
X4TR >= 0  
DP4TR >= 0  
DM4TR >= 0  
X4TS >= 0  
X4ST >= 0  
X4TP >= 0  
IP4 >= 0  
IMP4 >= 0  
NV5 >= 0  
X5TR >= 0  
DP5TR >= 0  
DM5TR >= 0  
X5TS >= 0  
X5ST >= 0  
X5TP >= 0  
IP5 >= 0  
IMP5 >= 0  
NV6 >= 0  
X6TR >= 0  
DP6TR >= 0  
DM6TR >= 0  
X6TS >= 0  
X6ST >= 0  
X6TP >= 0  
IP6 >= 0  
IMP6 >= 0  
NV7 >= 0  
X7TR >= 0  
DP7TR >= 0  
DM7TR >= 0  
X7TS >= 0  
X7ST >= 0  
X7TP >= 0  
IP7 >= 0  
IMP7 >= 0  
NV8 >= 0  
X8TR >= 0  
DP8TR >= 0  
DM8TR >= 0  
X8TS >= 0  
X8ST >= 0  
X8TP >= 0  
IP8 >= 0  
IMP8 >= 0  
NV9 >= 0  
X9TR >= 0

```

DP9TR >= 0
DM9TR >= 0
X9TS >= 0
X9ST >= 0
X9TP >= 0
IP9 >= 0
IMP9 >= 0
NV10 >= 0
X10TR >= 0
DP10TR >= 0
DM10TR >= 0
X10TS >= 0
X10ST >= 0
X10TP >= 0
IP10 >= 0
IMP10 >= 0
NV11 >= 0
X11TR >= 0
DP11TR >= 0
DM11TR >= 0
X11TS >= 0
X11ST >= 0
X11TP >= 0
IP11 >= 0
IMP11 >= 0
NV12 >= 0
X12TR >= 0
DP12TR >= 0
DM12TR >= 0
X12TS >= 0
X12ST >= 0
X12TP >= 0
IP12 >= 0
IMP12 >= 0
NV13 >= 0
X13TR >= 0
DP13TR >= 0
DM13TR >= 0
X13TS >= 0
X13ST >= 0
X13TP >= 0
IP13 >= 0
IMP13 >= 0
NV14 >= 0
X14TR >= 0
DP14TR >= 0
DM14TR >= 0
X14TS >= 0
X14ST >= 0
X14TP >= 0
IP14 >= 0
IMP14 >= 0
NV15 >= 0
X15TR >= 0
DP15TR >= 0
DM15TR >= 0
X15TS >= 0
X15ST >= 0
X15TP >= 0
IP15 >= 0
IMP15 >= 0
NV16 >= 0
X16TR >= 0
DP16TR >= 0
DM16TR >= 0
X16TS >= 0
X16ST >= 0
X16TP >= 0
IP16 >= 0
IMP16 >= 0

```

```

NV17 >= 0
X17TR >= 0
DP17TR >= 0
DM17TR >= 0
X17TS >= 0
X17ST >= 0
X17TP >= 0
IP17 >= 0
IMP17 >= 0
NV18 >= 0
X18TR >= 0
DP18TR >= 0
DM18TR >= 0
X18TS >= 0
X18ST >= 0
X18TP >= 0
IP18 >= 0
IMP18 >= 0
!
!
END
DIVE C:\VFP\ATEME\Master\Other\R_Prog.txt
GO
N
BAT
LEAVE

```